

Análise da Estabilidade de Edifícios com Estrutura de Concreto Armado

Material de apoio destinado aos alunos do curso Análise da Estabilidade de Edifícios com Estrutura de Concreto Armado, ministrado pelo professor Winston Zumaeta.

SUMÁRIO

1. AÇÕES ATUANTES NA ESTRUTURA.....	3
1.1 AÇÃO DO VENTO NAS EDIFICAÇÕES.....	3
1.1.1 DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE DO VENTO	3
1.1.2 FORÇA DE ARRASTO E COEFICIENTE DE ARRASTO.....	9
1.1.3 ANÁLISE DE VENTO NO SISTEMA COMPUTACIONAL CAD/TQS.....	13
1.2 AÇÕES DEVIDAS ÀS IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS GLOBAIS.....	15
2. PARÂMETROS DE ESTABILIDADE GLOBAL	20
2.1 INTRODUÇÃO	20
2.2 NÃO-LINEARIDADE FÍSICA	21
2.3 NÃO-LINEARIDADE GEOMÉTRICA	25
2.4 PARÂMETROS DE ESTABILIDADE E EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM.....	27
2.4.1 PARÂMETRO DE INSTABILIDADE (α)	28
2.4.2 COEFICIENTE γ_z	30
2.4.3 COEFICIENTE $FAVt$	38
2.5 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DOS COEFICIENTES $FAVt$ E γ_z	43
3. PROCESSO P-DELTA.....	49
3.1 MÉTODO DA CARGA LATERAL FICTÍCIA.....	49
3.2 EXEMPLO NUMÉRICO	53
3.2.1 ANÁLISE PELO PROCESSO P-Delta	53
3.2.2 ANÁLISE PELO MÉTODO SIMPLIFICADO DO Gama-z	60
3.2.3 COMPARAÇÃO ENTRE O PROCESSO P-Delta E O Gama-z	62
3.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE O PROCESSO P-DELTA NO SOFTWARE TQS	63
4. TÓPICOS RELACIONADOS À ESTABILIDADE	69
4.1 RELAÇÕES ENTRE OS COEFICIENTES α E γ_z	69
4.2 FATORES QUE INFLUENCIAM A ESTABILIDADE.....	73
4.2.1 AÇÕES ATUANTES NA ESTRUTURA.....	73
4.2.2 RIGIDEZ	75
4.2.3 ANÁLISES COM REDISTRIBUIÇÃO DE ESFORÇOS.....	77
4.2.4 INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA.....	83
4.2.5 MODELO ESTRUTURAL ADOTADO	87
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	96

1

AÇÕES ATUANTES NA ESTRUTURA

As ações atuantes na estrutura se resumem basicamente a dois tipos: horizontais e verticais.

Aqui serão estudadas somente as ações horizontais oriundas da ação do vento e do desaprumo global.

1.1 AÇÃO DO VENTO NAS EDIFICAÇÕES

A ação do vento em edificações depende de dois aspectos: meteorológicos e aerodinâmicos. Os aspectos meteorológicos serão responsáveis pela velocidade do vento a considerar no projeto da estrutura de uma dada edificação. Ela é avaliada a partir de considerações como: local da edificação, tipo de terreno, altura da edificação, rugosidade do terreno e tipo de ocupação.

Os aspectos aerodinâmicos estão relacionados com a análise do vento levando em conta a forma da edificação, pois sabe-se que o vento, ao incidir sobre uma edificação, terá um comportamento diferente em função da sua forma (GONÇALVES, 2007).

1.1.1 DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE DO VENTO

Primeiramente, não se pode esquecer que a velocidade do vento é diferente para cada região do planeta. A NBR 6123:1988 define uma velocidade básica do vento, V_0 , que varia de acordo com a região do Brasil que está sendo considerada. A velocidade básica do vento é a velocidade de uma rajada de três segundos, probabilidade de 63% de ser excedida pelo menos uma vez em 50 anos, à altura de 10 m acima do terreno, em campo aberto e sem obstruções.

A partir da velocidade básica do vento, é possível determinar a velocidade com que ele incidirá numa determinada edificação, chamada de velocidade característica V_k .

Essa velocidade característica deverá considerar os aspectos particulares, entre os quais: topografia do local, rugosidade do terreno, altura da edificação, suas dimensões, tipo de ocupação e risco de vida.

Assim, a velocidade característica pode ser obtida pela seguinte equação:

$$V_k = V_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3$$

V_0 é a velocidade básica do vento;

S_1 é um fator topográfico;

S_2 é um fator relativo à rugosidade do terreno e às dimensões da edificação;

S_3 é um fator estatístico.

A seguir será mostrado como podem ser obtidos os fatores S_1 , S_2 e S_3 .

1.1.1.1 Fator topográfico - S_1

O fator topográfico considera a variação do relevo do terreno onde será construída a edificação.

A Norma Brasileira NBR 6123:1988 considera basicamente as três situações indicadas a seguir.

- Terreno plano ou pouco ondulado: $S_1 = 1,0$.
- Para talude e morros, o valor de S_1 é obtido a partir do ângulo de inclinação θ , como mostrado na figura 1.1.

No ponto B, valem as seguintes equações para determinação de S_1 :

$$\theta \leq 3^\circ \quad \rightarrow \quad S_1(z) = 1,0$$

$$6^\circ \leq \theta \leq 17^\circ \quad \rightarrow \quad S_1(z) = 1,0 + \left(2,5 - \frac{z}{d}\right) \cdot \text{tg}(\theta - 3^\circ) \geq 1$$

$$\theta \geq 45^\circ \quad \rightarrow \quad S_1(z) = 1,0 + \left(2,5 - \frac{z}{d}\right) \cdot 0,31 \geq 1$$

- Vales profundos protegidos de ventos de qualquer direção: $S_1 = 0,9$.

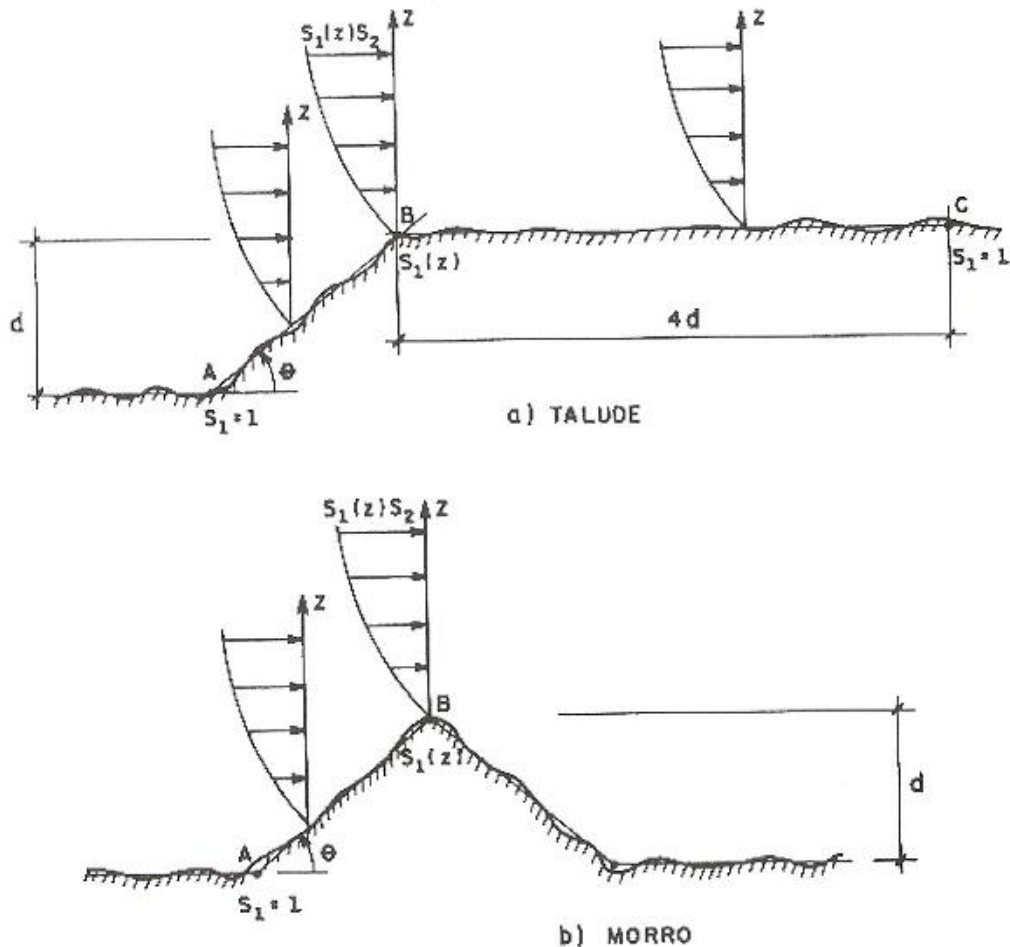


Figura 1.1. Fator topográfico S_1 . Fonte: GONÇALVES (2007).

1.1.1.2 Fator S_2

O fator S_2 considera o efeito combinado da rugosidade do terreno, da variação da velocidade com a altura do terreno e das dimensões da edificação. A rugosidade do terreno está diretamente associada à velocidade do vento quando há presença de obstáculos naturais ou artificiais.

A NBR 6123:1988 estabelece cinco categorias de terreno, em função de sua rugosidade:

- **CATEGORIA I:** Superfícies lisas de grandes dimensões, com mais de 5 km de extensão, medida na direção e sentido do vento incidente. Exemplos: mar calmo, lagos, rios e pântanos sem vegetação.

- **CATEGORIA II:** Terrenos abertos em nível ou aproximadamente em nível, com poucos obstáculos isolados, tais como árvores e edificações baixas. A cota média do topo dos obstáculos é considerada igual ou inferior a um metro. Exemplos: zonas costeiras planas, pântanos com vegetação rala, campos de aviação, pradarias, charnecas e fazendas sem sebes ou muros.
- **CATEGORIA III:** Terrenos planos ou ondulados com obstáculos, tais como sebes e muros, poucos quebra-ventos de árvores, edificações baixas e esparsas. A cota média do topo dos obstáculos é considerada igual a três metros. Exemplos: granjas e casas de campo, com exceção das partes com matos, fazenda com sebes e/ou muros, subúrbios a considerável distância do centro, com casas baixas e esparsas.
- **CATEGORIA IV:** Terrenos cobertos por obstáculos numerosos, pouco espaçados e situados em zonas florestais, industriais ou urbanizadas. A cota média do topo dos obstáculos é considerada igual a dez metros e também inclui zonas com obstáculos maiores e que ainda não possam ser considerados na categoria V. Exemplos: zonas de parques e bosques com muitas árvores, cidades pequenas e seus arredores, subúrbios densamente construídos de grandes cidades, áreas industriais plena ou parcialmente desenvolvidas.
- **CATEGORIA V:** Terrenos cobertos por obstáculos numerosos, grandes, altos e pouco espaçados. A cota média do topo dos obstáculos é considerada igual ou superior a 25 metros. Exemplos: florestas com árvores altas, de copas isoladas, centros de grandes cidades, complexos industriais bem desenvolvidos.

Sobre as dimensões da edificação, a NBR 6123:1988 define três classes de edificações e seus elementos, considerando os intervalos de tempo para cálculo da velocidade média de 3, 5 e 10 segundos, respectivamente:

- **CLASSE A:** Todas as unidades de vedação, seus elementos de fixação e peças individuais de estruturas sem vedação. Toda edificação ou parte da edificação na qual a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal (superfície de incidência do vento) não exceda 20 metros;

- **CLASSE B:** Toda edificação ou parte da edificação para a qual a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal (superfície de incidência do vento) esteja entre 20 e 50 metros;
- **CLASSE C:** Toda edificação ou parte da edificação para a qual a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal (superfície de incidência do vento) exceda 50 metros.

Portanto, calcula-se o valor de S_2 com a seguinte expressão:

$$S_2 = b \cdot F_r \cdot \left(\frac{z}{10}\right)^p$$

z é a altura acima do terreno;

F_r é o fator de rajada correspondente à categoria II;

b é o parâmetro de correção da classe da edificação;

p é o parâmetro meteorológico.

A expressão para o cálculo de S_2 é aplicável até a altura z limite, a qual define o contorno superior da camada atmosférica para cada categoria, mostrada na segunda coluna da tabela 1.1. Os parâmetros F_r , b e p adotados pela Norma Brasileira NBR 6123:1988 estão apresentados também na tabela 1.1.

Tabela 1.1. Parâmetros Meteorológicos para o Fator S_2 .

Adaptada: NBR 6123:1988.

Parâmetros Meteorológicos para o Fator S_2					
Categoria	z (m)	Parâmetro	Classe		
			A	B	C
I	250	b	1,10	1,11	1,12
		p	0,06	0,065	0,07
II	300	b	1,00	1,00	1,00
		F_r	1,00	0,98	0,95
		p	0,085	0,09	0,10
III	350	b	0,94	0,94	0,93
		p	0,10	0,105	0,115
IV	420	b	0,86	0,85	0,84
		p	0,12	0,125	0,135
V	500	b	0,74	0,73	0,71
		p	0,15	0,16	0,175

Em vez de se utilizar a expressão para o cálculo de S_2 , pode-se também utilizar os valores de S_2 para as diversas categorias de rugosidade do terreno e classes de dimensões das edificações, mostrados na tabela 1.2.

Tabela 1.2. Fator S_2 . Adaptada: NBR 6123:1988.

Fator S_2															
z (m)	Categoria														
	I			II			III			IV			V		
	Classe			Classe			Classe			Classe			Classe		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C
5	1,06	1,04	1,01	0,94	0,92	0,89	0,88	0,86	0,82	0,79	0,76	0,73	0,74	0,72	0,67
10	1,10	1,09	1,06	1,00	0,98	0,95	0,94	0,92	0,88	0,86	0,83	0,80	0,74	0,72	0,67
15	1,13	1,12	1,09	1,04	1,02	0,99	0,98	0,96	0,93	0,90	0,88	0,84	0,79	0,76	0,72
20	1,15	1,14	1,12	1,06	1,04	1,02	1,01	0,99	0,96	0,93	0,91	0,88	0,82	0,80	0,76
30	1,17	1,17	1,15	1,10	1,08	1,06	1,05	1,03	1,00	0,98	0,96	0,93	0,87	0,85	0,82
40	1,20	1,19	1,17	1,13	1,11	1,09	1,08	1,07	1,04	1,02	0,99	0,96	0,91	0,89	0,86
50	1,21	1,21	1,19	1,15	1,13	1,12	1,10	1,09	1,06	1,04	1,02	0,99	0,94	0,93	0,89
60	1,22	1,22	1,21	1,16	1,15	1,14	1,12	1,11	1,09	1,07	1,04	1,02	0,97	0,95	0,92
80	1,25	1,25	1,23	1,19	1,18	1,17	1,16	1,15	1,12	1,10	1,08	1,06	1,01	1,00	0,97
100	1,26	1,26	1,25	1,22	1,21	1,20	1,18	1,17	1,15	1,13	1,11	1,09	1,05	1,03	1,01
120	1,28	1,28	1,27	1,24	1,23	1,22	1,21	1,20	1,18	1,16	1,14	1,12	1,07	1,06	1,04
140	1,29	1,29	1,28	1,25	1,24	1,24	1,22	1,22	1,20	1,18	1,16	1,14	1,10	1,09	1,07
160	1,30	1,30	1,29	1,27	1,26	1,25	1,24	1,23	1,22	1,20	1,18	1,16	1,12	1,11	1,10
180	1,31	1,31	1,31	1,28	1,27	1,27	1,26	1,25	1,23	1,22	1,20	1,18	1,14	1,14	1,12
200	1,32	1,32	1,32	1,29	1,28	1,28	1,27	1,26	1,25	1,23	1,21	1,20	1,16	1,16	1,14
250	1,33	1,34	1,33	1,31	1,31	1,31	1,30	1,29	1,28	1,27	1,25	1,23	1,20	1,20	1,18
300	-	-	-	1,34	1,33	1,33	1,32	1,32	1,31	1,29	1,27	1,26	1,23	1,23	1,22
350	-	-	-	-	-	-	1,34	1,34	1,33	1,32	1,30	1,29	1,26	1,26	1,26
400	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,34	1,32	1,32	1,29	1,29	1,29
420	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,35	1,35	1,33	1,30	1,30	1,30
450	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,32	1,32	1,32
500	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,34	1,34	1,34

1.1.1.3 Fator estatístico - S_3

O fator estatístico S_3 , considerando conceitos probabilísticos e o tipo de ocupação, está relacionado com a segurança da edificação.

A Norma Brasileira NBR 6123:1988 estabelece como vida útil da edificação o período de 50 anos e uma probabilidade de 63% de a velocidade básica ser excedida pelo menos uma vez nesse período. Apresentam-se na tabela 1.3 os valores mínimos do fator S_3 .

Tabela 1.3. Valores mínimos do fator S_3 . Adaptada: NBR 6123:1988.

Valores mínimos do fator estatístico S_3		
Grupo	Descrição do tipo de ocupação	Valor de S_3
1	Edificação cuja ruína total ou parcial pode afetar a segurança ou possibilidade de socorro a pessoas após uma tempestade destrutiva (hospitais, quartéis de bombeiros e de forças de segurança, centrais de comunicação, etc).	1,10
2	Edificações para hotéis e residências. Edificações para comércio e indústria com alto fator de ocupação.	1,00
3	Edificações e instalações industriais com baixo fator de ocupação (depósitos, silos, construções rurais, etc).	0,95
4	Vedações (telhas, vidros, painéis de vedação, etc).	0,88
5	Edificações temporárias. Estruturas dos grupos de 1 a 3 durante a fase de construção.	0,83

1.1.2 FORÇA DE ARRASTO E COEFICIENTE DE ARRASTO

A consideração de vento em edificações altas recebe um tratamento, dentro de uma análise global, em que a superposição de efeitos externos (forma) com efeitos internos (aberturas) é obtida por meio de um comportamento global da edificação, e representada por um único coeficiente, C_a , denominado coeficiente de arrasto (GONÇALVES, 2007).

A força de arrasto F_a é a componente da força global do vento sobre uma edificação, e tal força global pode ser obtida pela soma vetorial das forças de arrasto que atuam na edificação.

Essa força de arrasto pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$F_a = C_a \cdot q \cdot A_e$$

C_a é o coeficiente de arrasto;

q é a pressão dinâmica ou pressão de obstrução;

A_e é a área efetiva, que é a área da projeção ortogonal da edificação, sobre um plano perpendicular à direção do vento (“área da sombra”).

Pressão de obstrução q é aquela obtida num dado ponto onde só existe pressão estática, sendo, por este motivo, de interesse para a Engenharia Civil (GONÇALVES, 2007).

Segundo a NBR 6123:1988, item 4.2.c, a pressão dinâmica pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$q = 0,613 \cdot V_k^2, \text{ sendo } q \text{ em } N/m^2 \text{ e } V_k \text{ em } m/s$$

1.1.2.1 Edificações de planta retangular

Segundo a NBR 6123:1988, para se determinar o coeficiente de arrasto (C_a) em edificações de múltiplos andares com planta retangular, devem-se considerar, principalmente, as condições de vento de baixa ou alta turbulência.

O vento de baixa turbulência, caracterizado pela ausência de obstruções como, por exemplo, em campo aberto e plano, foi o utilizado para a determinação do C_a nos ensaios de túnel de vento. No gráfico da figura 5.6 podem-se observar os valores do C_a (curvas em marrom variando de 0,7 a 2,2) em função da largura, comprimento e altura. Para se retirar o valor do C_a do gráfico dividem-se os comprimentos da edificação em planta L1 por L2, valores esses que dependem do ângulo de incidência do vento, ou seja, da direção em que se está realizando a análise, como indicado na figura 1.2.

A razão desses dois comprimentos está representada no eixo das abscissas (horizontal). O eixo das ordenadas (vertical) é representado pela divisão da altura da edificação H pelo comprimento L1.

No caso de vento de alta turbulência, os valores de C_a devem levar em conta este efeito e variam de 0,7 a 1,6, como mostrado na figura 1.3. Para se obter o valor do C_a , o processo é análogo ao de vento de baixa turbulência, descrito anteriormente.

Segundo a NBR 6123:1988, uma edificação é considerada em zona de alta turbulência quando a sua altura não excede o dobro da altura média das edificações vizinhas, ou seja, se a altura da edificação for maior que o dobro da altura média das edificações vizinhas, ela estará em zona de baixa turbulência, caso contrário, estará em zona de alta turbulência.

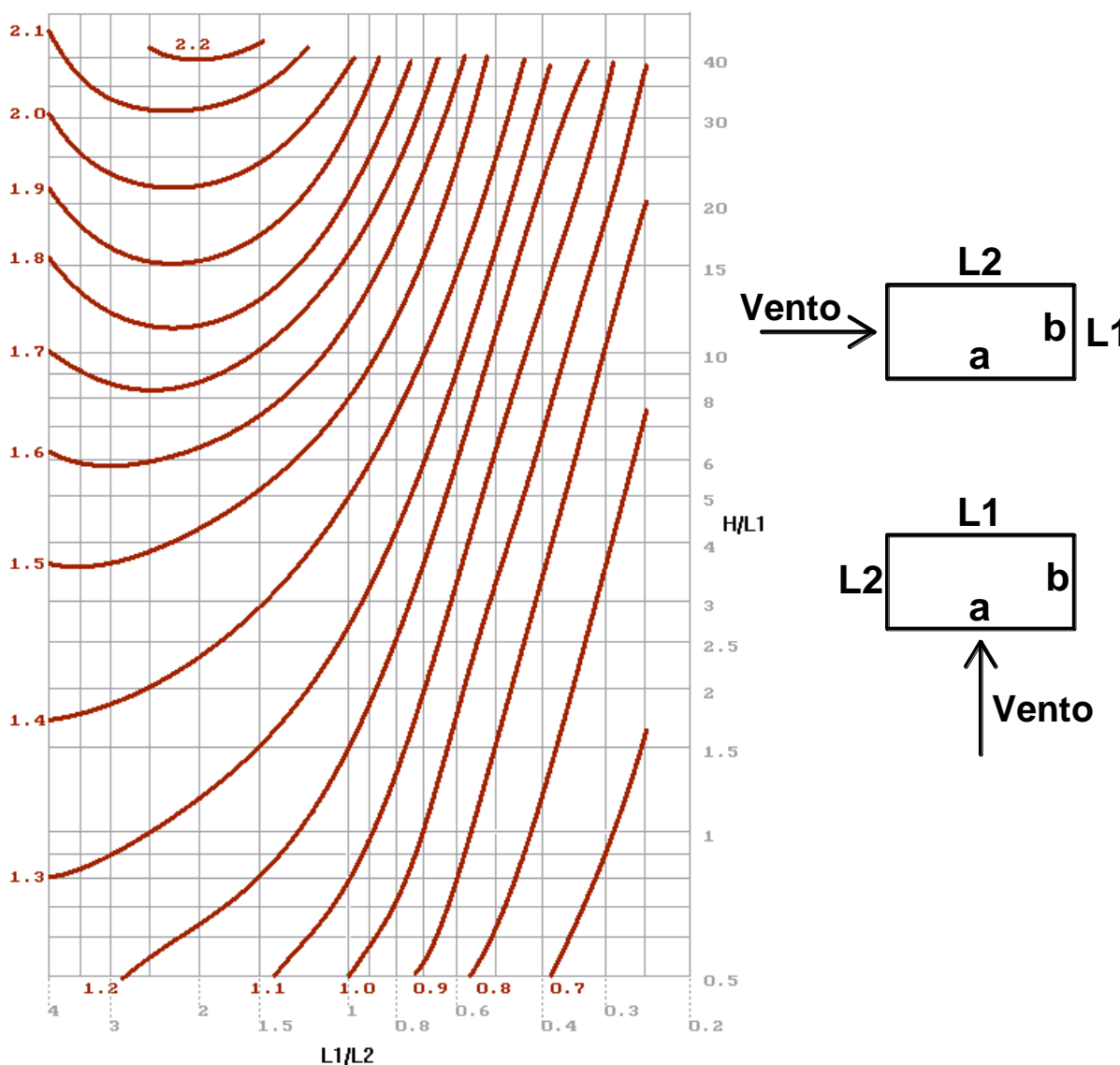


Figura 1.2. Coeficiente de Arrasto (C_a) para edificações com Planta Retangular em vento de baixa turbulência. Fonte: SISTEMA TQS (Versão 15.5).

A altura média das edificações vizinhas deve ser obtida com a altura de todas as edificações até certa distância na direção do vento incidente.

Essa distância depende da altura da edificação em análise, como mostrado a seguir:

- 500 metros, para uma edificação de até 40 metros de altura;
- 1000 metros, para uma edificação de até 55 metros de altura;
- 2000 metros, para uma edificação de até 70 metros de altura;
- 3000 metros, para uma edificação de até 80 metros de altura.

Vale ressaltar que a força global do vento que se obtém em zona de baixa turbulência é maior que a que se obtém em zona de alta turbulência, embora o nome baixa e alta possa induzir ao pensamento contrário. Para entender bem isto, basta pensar que em zona de baixa turbulência, como o nome já diz, a turbulência é baixa, pois não há obstáculos, dessa maneira o vento segue livremente em direção à edificação, e no caso de alta turbulência, como o nome também já diz, a turbulência é alta, pois há diversos obstáculos no caminho, fazendo com que o vento não atinja a edificação com força máxima.

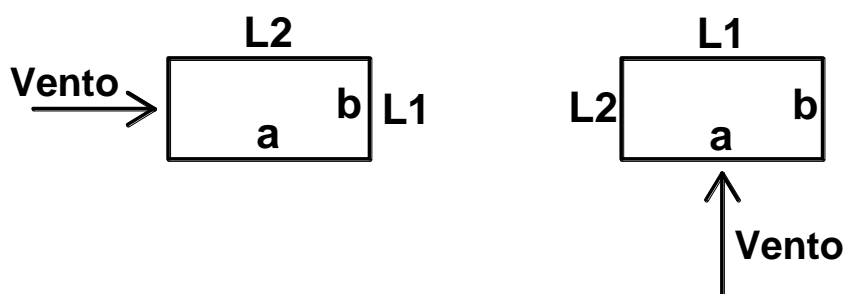
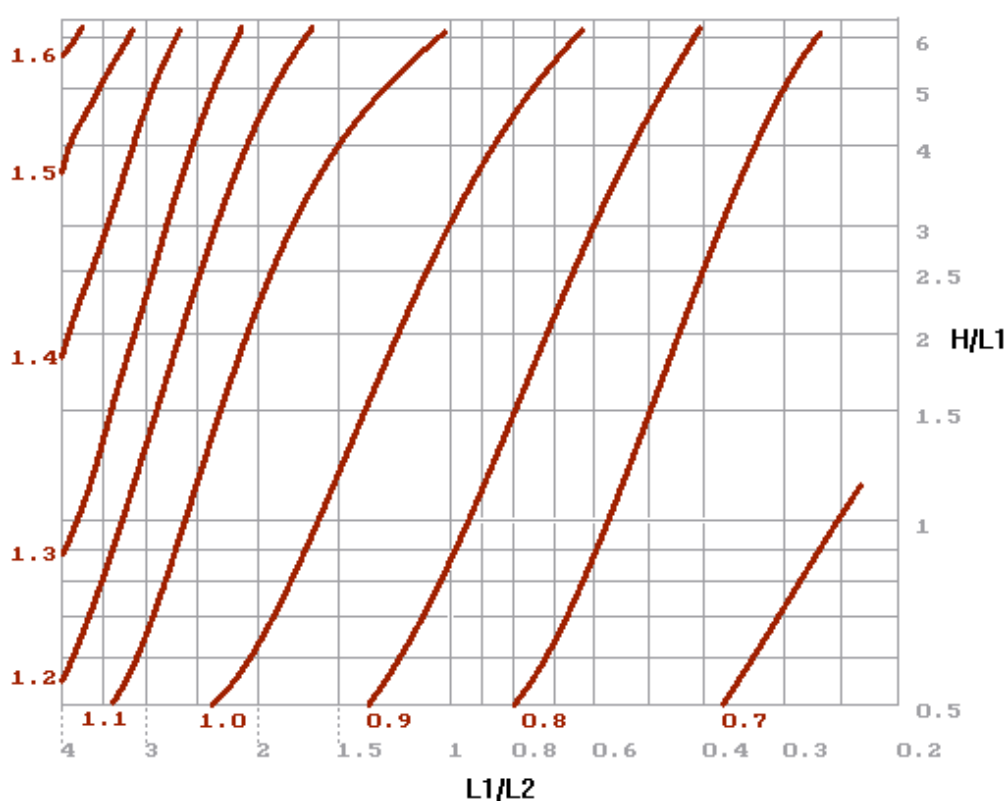


Figura 1.3. Coeficiente de Arrasto (C_a) para edificações com Planta Retangular em vento de alta turbulência. Fonte: SISTEMA TQS (Versão 15.5).

1.1.3 ANÁLISE DE VENTO NO SISTEMA COMPUTACIONAL CAD/TQS

Neste trabalho a análise de vento será feita automaticamente pelo Sistema CAD/TQS. Ela é realizada da seguinte maneira:

- Para cada piso da edificação acima do Térreo, determina-se sua cota;
- Nessa cota, define-se a geometria e escolhe-se uma reta "r" arbitrária, ortogonal à direção do vento. Sobre essa reta, projetam-se os extremos do edifício e os centros de gravidade dos pilares, conforme a figura 1.4;
- A projeção dos extremos sobre a reta "r" define a largura do edifício em que atuará o vento. Tal largura também está indicada na figura 1.4;

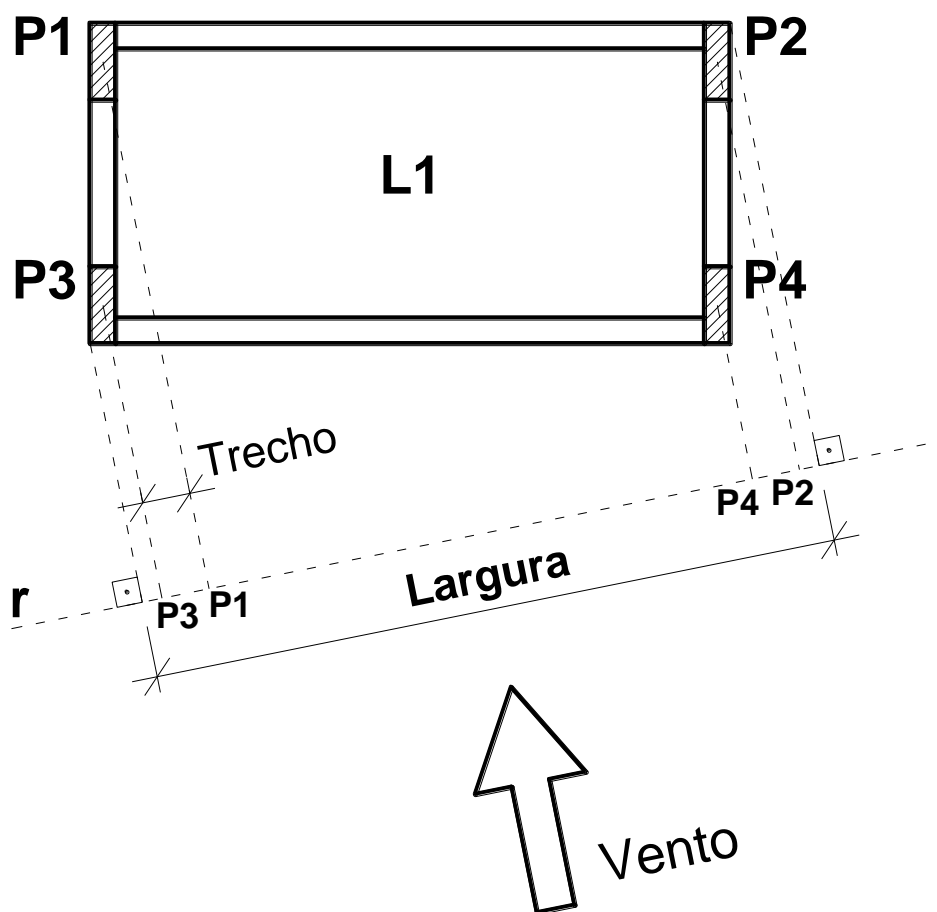


Figura 1.4. Esquema em planta da análise de vento existente no Sistema CAD/TQS. Adaptado: TQS INFORMÁTICA (2009-b).

- A projeção dos centros dos pilares sobre a reta "r" divide-a em trechos relativos a esses centros;

- e) Com a largura do edifício, definida no item c, e o pé-direito do piso, calcula-se a área que receberá o vento nessa direção;
- f) Calcula-se a força total de vento no piso f_i , mostrada na figura 1.5-(a), de acordo com a NBR 6123:1988, ou seja, de acordo com o item 1.1.2 deste capítulo;
- g) Essa força total é distribuída entre os nós dos pilares no piso, proporcionalmente à área de influência de cada pilar. Cada um deles terá influência da metade do trecho anterior (esquerda) até a metade do trecho posterior (direita), isto olhando para o edifício na vertical, de frente para face exposta ao vento;
- h) Essa força calculada para cada pilar é distribuída metade para o nó superior e metade para o inferior do lance, exceto no primeiro piso acima do térreo, onde a força vai toda para o nó superior, como pode ser observado na figura 1.5-(b) (TQS INFORMÁTICA, 2009-b).

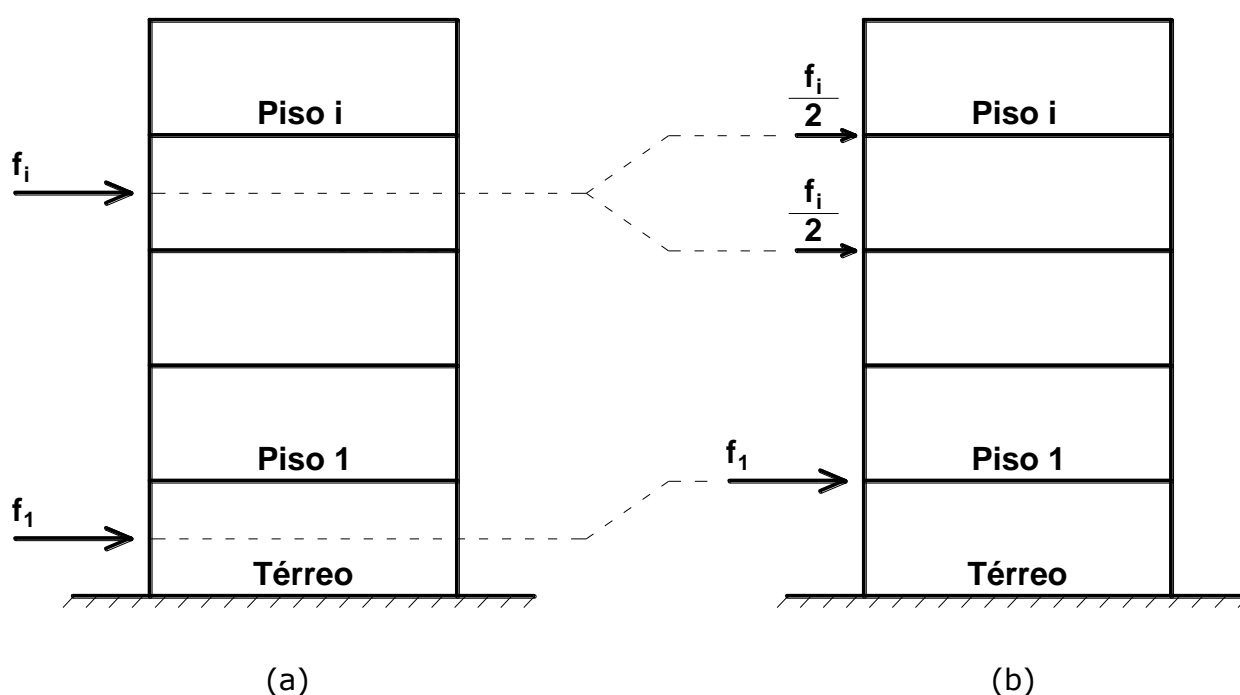


Figura 1.5. Esquema para análise de vento conforme o Sistema CAD/TQS.

Adaptado: TQS INFORMÁTICA (2009-b).

1.2 AÇÕES DEVIDAS ÀS IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS GLOBAIS

Todo edifício com estrutura de concreto armado está sujeito a imperfeições: na posição e na forma dos eixos dos elementos estruturais, na forma e nas dimensões da seção transversal, na distribuição da armadura, entre outras.

Muitas dessas imperfeições estão cobertas pelos coeficientes de segurança, mas a do eixo das peças, não.

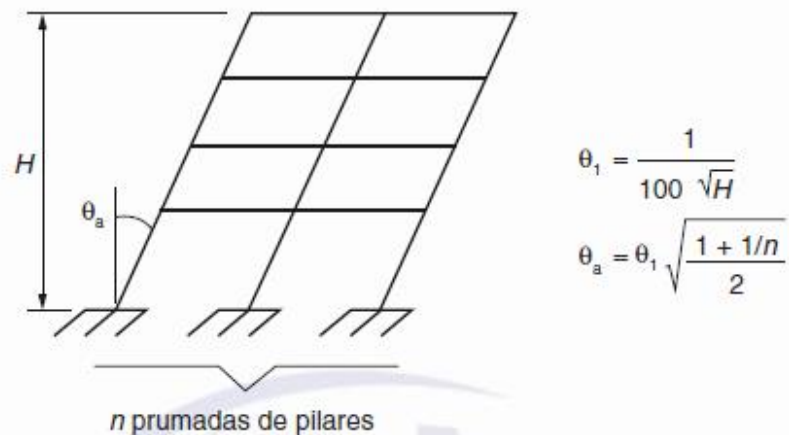
Por isso, ela deve ser obrigatoriamente considerada pelo engenheiro de estruturas nos seus projetos, pois tem efeitos significativos sobre a estabilidade da edificação (IBRACON, 2007).

A análise dessas imperfeições é algo bastante complexo, pois não há como saber a magnitude dessas “falhas” que vão ocorrer durante a construção. Vale ressaltar que tais imperfeições têm influência em toda a estrutura, porém nos pilares essa influência é muito mais significativa. Por isso os pilares devem ser dimensionados adequadamente para resistir aos esforços adicionais gerados por essas imperfeições (KIMURA, 2010).

No item 11.3.3.4 “Imperfeições geométricas” da NBR 6118:2014, está escrito o seguinte: *“Na verificação do estado limite último das estruturas reticuladas, devem ser consideradas as imperfeições geométricas do eixo dos elementos estruturais da estrutura descarregada. Essas imperfeições podem ser divididas em dois grupos: imperfeições globais e imperfeições locais”*.

Aqui será feita somente uma análise das imperfeições globais, pois as locais estão relacionadas ao cálculo de um lance isolado do pilar, e as globais, ao edifício como um todo, e é este o foco deste trabalho.

No item 11.3.3.4.1 “Imperfeições globais” da citada Norma, tem-se que na análise global das estruturas reticuladas, sejam elas contraventadas ou não, deve ser considerado um desaprumo dos elementos verticais, ou seja, deve ser considerada para os elementos verticais uma inclinação com um ângulo θ_a em radianos, como mostra a figura 1.6.



onde

$\theta_{1\min} = 1/300$ para estruturas reticuladas e imperfeições locais;

$\theta_{1\max} = 1/200$;

H é a altura total da edificação, expressa em metros (m);

n é o número de prumadas de pilares no pórtico plano.

Figura 1.6. Imperfeições geométricas globais. Fonte: NBR 6118:2014.

Segundo a NBR 6118:2003, o desaprumo não deveria ser superposto ao carregamento de vento. Entre as ações devidas ao desaprumo e ao vento, deveria ser considerada apenas a mais desfavorável, que pode ser definida como a que provoca o maior momento da base da construção.

Pode-se dizer, de uma maneira geral, que o desaprumo global somente será mais desfavorável que o vento em edificações baixas submetidas a cargas verticais elevadas. Em edifícios altos, normalmente o vento se torna o caso mais desfavorável (KIMURA, 2010).

Agora segundo a nova NBR 6118:2014, a consideração das ações de vento e desaprumo deve ser realizada de acordo com as seguintes possibilidades:

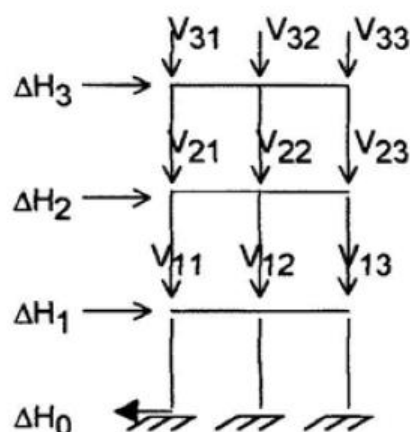
- a) Quando 30% da ação do vento for maior que a ação do desaprumo, considera-se somente a ação do vento.
- b) Quando a ação do vento for inferior a 30% da ação do desaprumo, considera-se somente o desaprumo respeitando a consideração de $\theta_{1\min}$, conforme definido na figura 1.6.

- c) Nos demais casos, combina-se a ação do vento e desaprumo, sem necessidade de consideração do θ_{1min} . Nessa combinação, admite-se considerar ambas as ações atuando na mesma direção e sentido como equivalente a uma ação do vento, portanto como carga variável, artificialmente amplificada para cobrir a superposição.

A comparação pode ser feita com os momentos totais na base da construção e em cada direção e sentido da aplicação da ação do vento, com desaprumo calculado com θ_a , sem a consideração do θ_{1min} .

Segundo o IBRACON (2007), a imperfeição geométrica global pode ser substituída por conjuntos de ações externas autoequilibradas equivalentes, como mostra a figura 1.7.

Comentários Técnicos NB-1



$$\Delta H_i = \sum_{j=1}^n V_{ij} \theta_a$$

$$\Delta H_0 = \sum_{i=1}^m \Delta H_i$$

V_{ij} = carga vertical aplicada pelo andar i ao pilar j ou pela fundação ($i = 0$)

Figura 1.7. Desaprumo global. Fonte: IBRACON (2007).

Para que isso fique mais claro, veja no exemplo da figura 1.8 como achar essa expressão para a ação horizontal equivalente ΔH_i , mostrada na figura 1.7.

Para simular uma edificação submetida a um carregamento vertical, na figura 1.8-(a) tem-se uma barra vertical engastada na base e livre no topo, submetida a um carregamento vertical V . Ao considerar o ângulo θ_a para levar em conta as imperfeições geométricas globais, a barra vertical fica inclinada, como mostra a figura 1.8-(b).

Após a consideração do ângulo θ_a , o ponto de aplicação da carga V fica deslocado horizontalmente de um valor “ u ”, como também mostra a figura 1.8-(b). Considerando-se um triângulo retângulo, esse valor “ u ” pode ser obtido da seguinte maneira:

$$\operatorname{tg}\theta_a = \frac{u}{L}$$

$$u = \operatorname{tg}\theta_a \cdot L$$

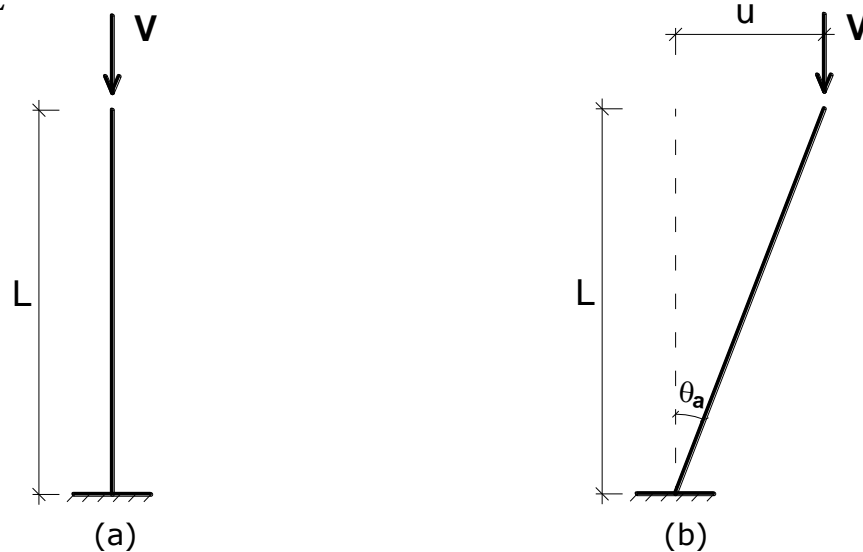


Figura 1.8. Exemplo sobre desaprumo global.

Para ângulos pequenos, que é o caso, a tangente do ângulo em radianos é aproximadamente igual ao próprio ângulo, portanto:

$$\operatorname{tg}\theta_a \cong \theta_a$$

$$u = \theta_a \cdot L$$

Sabe-se que com o deslocamento na horizontal do ponto de aplicação da ação vertical, tal ação gera um momento na base igual a $M = V \cdot u$. Então pergunta-se: qual o valor da ação horizontal H , mostrada na figura 1.9, que gera o mesmo momento na base que foi gerado por V ?

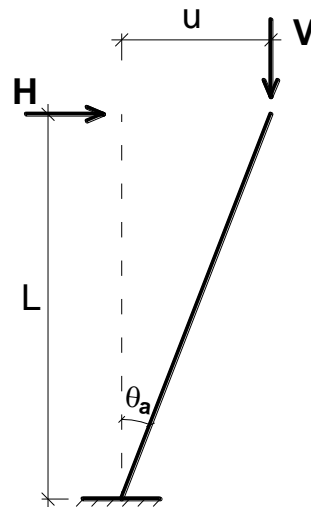


Figura 1.9. Ação horizontal equivalente ao efeito do desaprumo.

Para responder à pergunta anterior, basta resolver a seguinte equação:

$$H \cdot L = V \cdot u$$

$$H \cdot L = V \cdot \theta_a \cdot L$$

$$H \cdot L = V \cdot \theta_a \cdot L$$

$$H = V \cdot \theta_a$$

Portanto, comprova-se que a ação horizontal equivalente é igual à ação vertical multiplicada pelo ângulo θ_a em radianos, como mostra a equação na figura 1.7.

2 **PARÂMETROS DE ESTABILIDADE GLOBAL**

2.1 INTRODUÇÃO

A verificação da estabilidade global é um requisito importante na elaboração de projetos de edifícios de concreto armado, e visa garantir a segurança da estrutura perante o estado limite último de instabilidade, situação que representa a perda da capacidade resistente da estrutura, causada pelo aumento das deformações.

Para tal verificação existem alguns coeficientes chamados de parâmetros de estabilidade global. Porém, antes de estudá-los, para o bom entendimento de tais parâmetros, é necessário comentar sobre a análise não-linear, que é extremamente importante, pois na realidade o concreto armado possui um comportamento não-linear. Na engenharia de estruturas existem basicamente três tipos de não-linearidades que podem gerar um comportamento não-linear, à medida que o carregamento é aplicado: não-linearidade física (NLF), não-linearidade geométrica (NLG) e a não-linearidade de contato (NLC).

Em projetos de edifícios de concreto armado moldados no local, consideram-se somente as não-linearidades física e geométrica, já que a não-linearidade de contato não é comum, pois se trata de alterações nas condições de contorno (apoio, engaste) durante o processo de deformação da estrutura, ou seja, vínculos inicialmente inexistentes podem passar a existir, ou então, vínculos inicialmente existentes podem desaparecer. Por outro lado, forças inicialmente prescritas, externamente aplicadas ao contorno, podem ter sua ação alterada em função do processo de deformação da estrutura (PROENÇA, 2010). As não-linearidades física e geométrica serão tratadas nos próximos itens.

2.2 NÃO-LINEARIDADE FÍSICA

Quando se refere à não-linearidade física, está sendo considerada a que é causada pelo comportamento do material, que neste caso é o concreto armado. Os efeitos da fissuração, da fluência, do escoamento da armadura, todos eles conferem ao concreto armado um comportamento não-linear (PINTO, 1997).

Na figura 2.1-(a) pode-se ver o diagrama que relaciona a tensão e a deformação de maneira linear (uma reta), e na figura 2.1-(b), o diagrama relativo a um comportamento não-linear (uma curva).

Agora, em termos práticos, qual a diferença entre ser ou não ser considerada a não-linearidade física? A principal diferença está relacionada ao módulo de elasticidade do concreto. Pode-se observar isso na figura 2.1-(a), na qual, para qualquer intensidade de tensão, por exemplo, σ_1 , σ_2 e σ_3 , a resposta do concreto é a mesma, ou seja, o módulo de elasticidade E_c é constante.

Na figura 2.1-(b), para as tensões σ_1 , σ_2 e σ_3 , a resposta do concreto não é a mesma, pois para estas tensões encontra-se E_{c1} , E_{c2} e E_{c3} respectivamente. Portanto, percebe-se que o módulo de elasticidade não é constante (único). Observa-se que, na figura 2.1, apenas se está destacando o módulo de elasticidade, e não o ângulo formado entre o gráfico e a abscissa, pois o ângulo seria $\text{Arctg } E_c$.

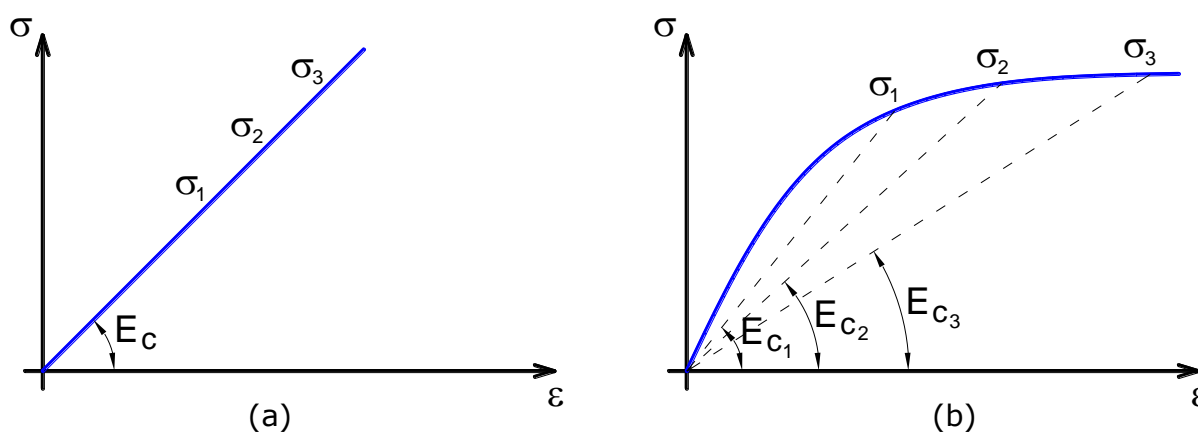


Figura 2.1. Diagrama tensão-deformação do concreto: (a) linear; (b) não-linear.

No dia-a-dia, usualmente o projetista analisa sua estrutura baseando-se em momentos fletores, e não em tensões. Por isso é possível utilizar um diagrama chamado momento-curvatura ($M-1/r$), indicado na figura 2.2, que pode ser utilizado na análise não-linear de pavimentos, no cálculo de flechas, e o diagrama normal-momento-curvatura ($N-M-1/r$), mostrado na figura 2.3, que é empregado no cálculo de elementos submetidos a esforço normal, por exemplo, para o cálculo de vigas submetidas à flexão composta e, principalmente, para o cálculo de pilares.

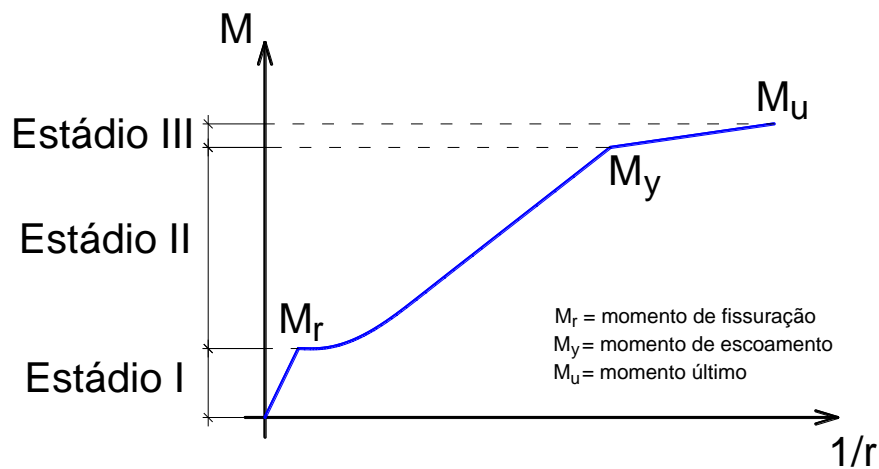


Figura 2.2. Diagrama momento-curvatura.

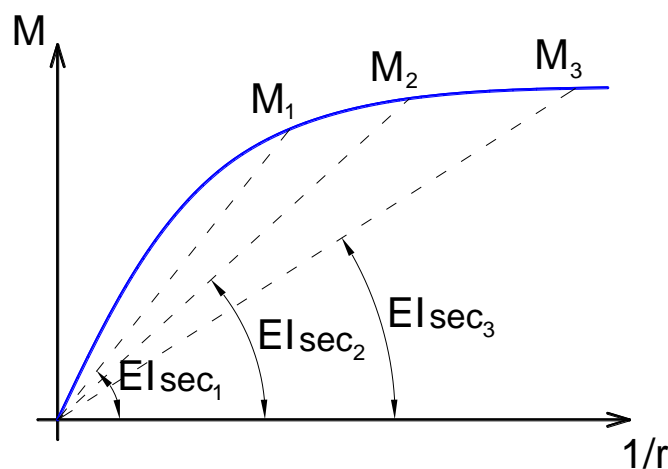


Figura 2.3. Diagrama normal-momento-curvatura.

Observa-se que o diagrama da figura 2.3 é gerado para uma dada força normal e para um determinado valor da taxa de armadura, e que o efeito da fluência não está sendo considerado.

Tem-se uma grande vantagem em utilizar a relação momento-curvatura, pois analogamente ao diagrama tensão-deformação, em que se pode obter o módulo de elasticidade, no diagrama momento-curvatura pode-se obter diretamente a rigidez EI , que é de extrema importância para a análise estrutural. Mais detalhes podem ser encontrados em Kimura (2007).

A NBR 6118:2014, no item 15.3.1, faz comentários a respeito das relações momento-curvatura. Sem a ajuda de um computador, a consideração desses diagramas em projetos de edifícios torna-se inviável, pois a construção dos diagramas é extremamente trabalhosa. Devido a essa dificuldade a Norma permite que se faça uma análise linear, porém com os devidos ajustes.

E que ajustes seriam esses? Para o caso de uma análise em serviço, cálculo de flechas, por exemplo, que sejam consideradas a fissuração e a fluência, pois tais considerações são obrigatórias segundo o item 14.6.4.1 da NBR 6118:2014.

Para o caso da análise global de uma edificação, pode-se considerar um valor constante (único) para a rigidez EI , porém utilizando-se um coeficiente redutor. Tal coeficiente tem a função de simular a variação da rigidez e estimar de forma aproximada os efeitos da não-linearidade física.

Há coeficientes redutores diferenciados para lajes, vigas e pilares. Tais coeficientes estão no item 15.7.3 da NBR 6118:2014, e valem somente para estruturas reticuladas com no mínimo quatro andares. São eles:

- Para lajes: $(EI)_{sec} = 0,3 \cdot E_{ci} I_c$
- Para vigas: $(EI)_{sec} = 0,4 \cdot E_{ci} I_c$ para $A'_s \neq A_s$ e
 $(EI)_{sec} = 0,5 \cdot E_{ci} I_c$ para $A'_s = A_s$
- Para pilares: $(EI)_{sec} = 0,8 \cdot E_{ci} I_c$

I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto, incluindo, quando for o caso, as mesas colaborantes (seção T).

A'_s é a armadura de compressão, no caso de vigas com armadura dupla.

A_s é a armadura de tração.

Em projetos de edifícios usuais, é muito difícil ter vigas armadas com $A'_s = A_s$. Portanto, na maioria dos casos utiliza-se $(EI)_{sec} = 0,4 \cdot E_{ci}I_c$. Cabe destacar que essa consideração vale para vigas com armadura dupla ou simples.

Na NBR 6118:2003, havia também mais uma consideração para a redução de rigidez, quando fossem respeitadas duas condições: a estrutura de contraventamento (estrutura responsável pela estabilidade do edifício) fosse composta exclusivamente por vigas e pilares, ou seja, sem a consideração de núcleos de elevadores, que em geral são pilares-parede de grandes dimensões, em formato de U, e γ_z (será estudado mais adiante) fosse menor que 1,3. Nessas situações, permitia-se calcular a rigidez das vigas e pilares por:

$$\triangleright (EI)_{sec} = 0,7 \cdot E_{ci}I_c$$

As lajes continuariam com $(EI)_{sec} = 0,3 \cdot E_{ci}I_c$, e não se pode esquecer que esses valores de rigidez reduzida são aproximados, pois, por exemplo, na realidade não se tem $0,7 \cdot E_{ci}I_c$ ou $0,8 \cdot E_{ci}I_c$ para cada lance de pilar, ao longo da altura do edifício. Os lances possuem diferentes valores de rigidez, mas se adotam tais valores como uma média que representa bem a rigidez dos pilares do edifício como um todo. Portanto, por esse motivo, são utilizados somente para análise global, e não podem ser usados para uma análise local.

Para esses casos de análise local, considera-se a não-linearidade física de maneira diferenciada, por exemplo, através de um dos seguintes métodos: curvatura aproximada, kapa aproximado, kapa acoplado a diagrama N-M-1/r e método geral. Esses métodos que são descritos na NBR 6118:2014, nos itens 15.8.3.3.2, 15.8.3.3.3, 15.8.3.3.4 e 15.8.3.2 respectivamente.

E como foi dito anteriormente, as reduções para a análise global valem somente para estruturas reticuladas de no mínimo quatro pavimentos, podendo surgir uma pergunta: por que essa limitação?

A resposta é a falta de estudos para estruturas reticuladas com menos de quatro andares, ou seja, não se sabe ainda quais valores de coeficientes redutores podem ser utilizados para as rigidezes de pilares em edifícios com três pavimentos ou menos, mas se sabe que há grandes possibilidades de serem menores, por exemplo $(EI)_{sec} = 0,6 \cdot E_{ci}I_c$ ou $(EI)_{sec} = 0,5 \cdot E_{ci}I_c$. Portanto, são necessárias pesquisas específicas para sejam analisados coeficientes redutores para edifícios com menos de quatro andares.

2.3 NÃO-LINEARIDADE GEOMÉTRICA

Quando se menciona a não-linearidade geométrica, está sendo considerada aquela causada pela mudança da geometria da estrutura, ou seja, mudança da posição da estrutura no espaço (PINTO, 1997). Pergunta-se: quando a estrutura muda de posição no espaço? Ela muda de posição quando se deforma, como pode ser visto na figura 2.4, em que uma barra vertical engastada na base e livre no topo, ao estar submetida a uma ação horizontal no topo, muda de configuração, indo para a posição da linha cheia.

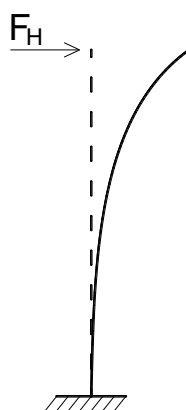


Figura 2.4. Barra vertical com mudança de posição no espaço.

Os efeitos da não-linearidade geométrica são determinados quando se analisa o equilíbrio na posição deformada, ou seja, quando se realiza a análise com a barra na posição da linha cheia (Figura 2.4).

Para que os conceitos da não-linearidade geométrica fiquem mais claros, analisa-se a barra vertical, mostrada na figura 2.5, submetida às forças vertical e horizontal.

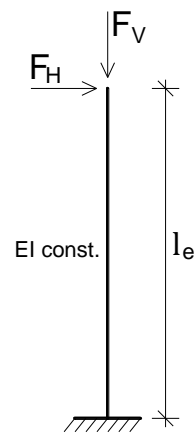


Figura 2.5. Barra vertical submetida a ações vertical e horizontal.

Para que tal estrutura esteja em equilíbrio na posição indeformada, ou seja, na posição inicial, aparecem reações na base da barra, como mostrado na figura 2.6, sendo uma delas o momento fletor de primeira ordem M_1 , que recebe este nome (de primeira ordem) pelo fato de ter sido obtido na análise do equilíbrio da barra na posição indeformada (inicial).

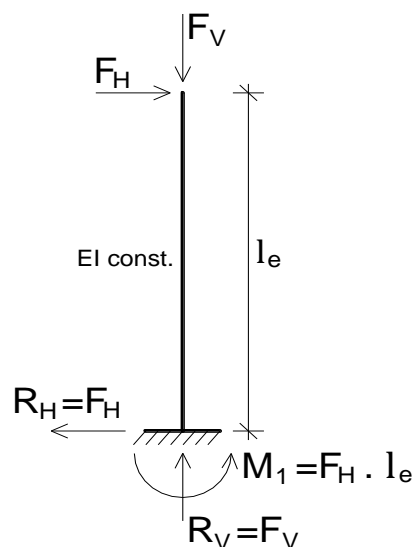


Figura 2.6. Reações na barra vertical indeformada.

Agora, se o equilíbrio for considerado na posição deformada, ou seja, na posição deslocada de um valor u devido à ação horizontal, será gerado um acréscimo de momento na base igual a $\Delta M = F_V \cdot u$, fazendo com que o valor do

momento de primeira ordem M_1 aumente, resultando o momento de 1ª ordem mais 2ª ordem, chamado M_2 , que pode ser visto na figura 2.7.

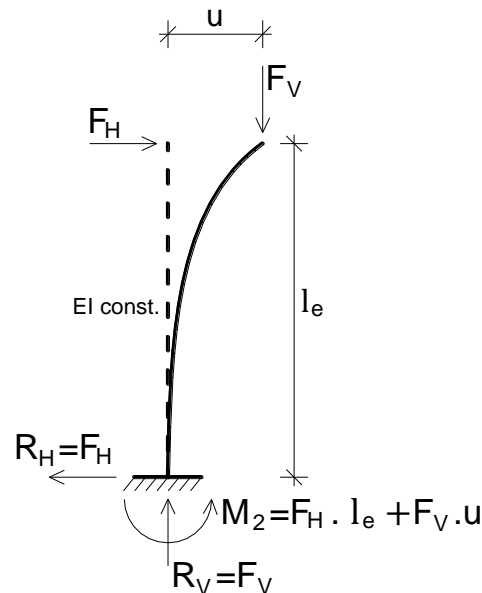


Figura 2.7. Reações na barra vertical deformada.

O acréscimo de momento é um efeito de segunda ordem, pois foi um esforço que surgiu com a análise do equilíbrio da estrutura na sua posição deformada. Portanto, somente se esse esforço for levado em conta na análise é que a não-linearidade geométrica da estrutura estará sendo considerada.

2.4 PARÂMETROS DE ESTABILIDADE E EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM

A avaliação da estabilidade global de edifícios pode ser realizada mediante o cálculo dos chamados parâmetros de estabilidade. Alguns deles, além de avaliar a estabilidade, podem estimar os efeitos de segunda ordem.

Segundo a NBR 6118:2014, no item 15.2, os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados sempre que não representarem acréscimo superior a 10% nas reações e nas solicitações relevantes da estrutura, ou seja, tais efeitos podem ser desprezados se não representarem acréscimo superior a 10% em relação aos efeitos de primeira ordem (efeitos que surgem quando o equilíbrio da estrutura é estudado na configuração geométrica inicial).

Para efeito de cálculo, as estruturas são consideradas de nós fixos ou de nós móveis.

São consideradas de nós fixos quando os efeitos globais de segunda ordem são desprezíveis (inferiores a 10% dos respectivos esforços de primeira ordem). São considerados de nós móveis quando os efeitos de segunda ordem são importantes (superiores a 10% dos respectivos esforços de primeira ordem) e devem ser considerados. Duas observações devem ser feitas: as estruturas de nós fixos na realidade não são fixas, ou seja, são deslocáveis, mas possuem deslocamentos horizontais muito pequenos, que podem ser desprezados; e as estruturas de nós móveis não são estruturas que se movimentam de forma significativa, mas diferentemente das de nós fixos, seus deslocamentos precisam ser considerados no cálculo dos esforços.

2.4.1 PARÂMETRO DE INSTABILIDADE (α)

O parâmetro α é um meio para avaliar a estabilidade global de estruturas de concreto, porém não é capaz de estimar os efeitos de segunda ordem. Ele foi deduzido em 1967 por Beck e König, baseado na teoria de Euler, e foi definido como parâmetro de instabilidade por Franco (1985).

A estrutura é considerada um meio elástico, e portanto não se leva em conta a fissuração dos elementos.

Segundo a NBR 6118:2014, item 15.5.2, seu valor é calculado pela fórmula:

$$\alpha = H_{tot} \cdot \sqrt{\frac{N_k}{(E_{cs} \cdot I_c)}}$$

H_{tot} é a altura da estrutura, medida a partir do topo da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo;

N_k é o somatório de todas as cargas verticais atuantes na estrutura (a partir do nível considerado para o cálculo de H_{tot}), com seu valor característico;

$E_{cs}I_c$ é o somatório dos valores de rigidez de todos os pilares na direção considerada; no caso de estruturas de pórticos, de treliças ou mistas, ou com pilares de rigidez variável ao longo da altura, pode ser

considerado o valor da expressão $E_{cs}I_c$ de um pilar equivalente de seção constante.

O valor de α é comparado a um valor α_1 , de modo que, se $\alpha < \alpha_1$, a estrutura é considerada de nós fixos, e se $\alpha \geq \alpha_1$, de nós móveis.

Sendo n o número de níveis de barras horizontais (andares) acima da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo, o valor de α_1 é dado por:

$$\alpha_1 = 0,2 + 0,1 \cdot n \quad \text{se: } n \leq 3$$

$$\alpha_1 = 0,6 \quad \text{se: } n \geq 4$$

Esse valor limite $\alpha_1 = 0,6$ prescrito para $n \geq 4$ é, em geral, aplicável às estruturas usuais de edifícios. Pode ser adotado para associações de pilares-parede e para pórticos associados a pilares-parede. Pode ser aumentado para $\alpha_1 = 0,7$ no caso de contraventamento constituído exclusivamente por pilares-parede, e deve ser reduzido para $\alpha_1 = 0,5$ quando só houver pórticos.

No estudo do parâmetro α , embora não seja considerada a fissuração dos elementos, a não-linearidade física do concreto é levada em conta na dedução do limite α_1 , pois o comportamento não-linear não surge apenas devido à fissuração, pois o concreto submetido à compressão já possui um comportamento puramente não-linear.

Em Franco (1985) observa-se que, na dedução de α_1 , foi levada em conta uma carga vertical de cálculo $N_d = 1,4 \cdot N_k$ e a rigidez reduzida igual a $0,7 \cdot E_{cs}I_c$. Isto explica porque no cálculo do parâmetro α utilizam-se esforços característicos e rigidez integral da seção. O cálculo do coeficiente γ_z , que será estudado a seguir, é realizado de maneira diferente, pois se utilizam esforços de cálculo e rigidez reduzida para contemplar de forma aproximada a não-linearidade física. Tais reduções são feitas de acordo com o item 2.2 deste trabalho.

O valor de I_c deve ser calculado considerando as seções brutas dos pilares, e o valor do módulo de elasticidade $E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ci}$ pode ser substituído pelo valor de $E_{ci} = 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}$, com f_{ck} em MPa.

O parâmetro α não se aplica a estruturas significativamente assimétricas, ou que apresentem deslocamentos horizontais apreciáveis sob ação das cargas verticais. Tais deslocamentos serão vistos com mais detalhes no item 2.4.3 deste trabalho.

Na prática ele é bem menos utilizado que o coeficiente γ_z , pois com este coeficiente, além de se avaliar a estabilidade global, pode-se estimar os esforços de segunda ordem e assim obter os esforços globais finais, o que não é possível com o parâmetro α , como foi dito anteriormente.

2.4.2 COEFICIENTE γ_z

O coeficiente γ_z é um parâmetro que avalia, de forma simples e bastante eficiente, a estabilidade global de um edifício com estrutura de concreto armado. Também é capaz de estimar os esforços de segunda ordem por uma simples majoração dos esforços de primeira ordem. Esse coeficiente foi criado por Franco e Vasconcelos (1991).

Valores coerentes de γ_z são números um pouco maiores do que 1,0. Franco e Vasconcelos (1991) estabeleceram um limite de 1,20 para o valor de γ_z . Porém, Carmo (1995), após análises em seu trabalho, concluiu que é possível avançar além do valor 1,20, podendo chegar até γ_z igual a 1,30.

Pinto (1997) concluiu que valores superiores a 1,20 devem ser evitados, e chegou a essa conclusão comparando os valores de γ_z aos resultados obtidos com um método que considera a NLG de maneira mais refinada, através de alterações incrementais na matriz de rigidez.

Em relação aos esforços obtidos com o γ_z , percebeu que para valores entre 1,15 e 1,20 começam a aparecer diferenças de 3% contra a segurança, acima de 1,20 as diferenças tendem a aumentar para mais de 5%, e para γ_z superior a 1,30 aparecem diferenças da ordem de 7% contra a segurança. Lima (2001) também concluiu que o limite 1,20 está mais compatível que 1,30. Pinto, Corrêa e Ramalho (2005) chegaram a uma nova conclusão, em que o limite de 1,20 pode ser um pouco conservador, podendo se estender o limite do coeficiente γ_z para 1,25, devendo ser evitados valores acima disso.

De acordo com a NBR 6118:2014, o limite do coeficiente γ_z é 1,30, e como já se pode perceber, valores acima disso revelam que a estrutura possui um grau de instabilidade elevado, ou seja, é uma estrutura instável e impraticável. Valores inferiores a 1,0, ou mesmo negativos, são incoerentes e indicam que a estrutura é totalmente instável.

Na prática as estruturas costumam ser projetadas com um limite de 1,20. Acima desse valor é comum utilizar-se o processo P- Δ , que consiste em uma análise não-linear geométrica e que será estudada em detalhes no capítulo 3. Cabe destacar que o coeficiente γ_z consiste em uma análise linear, que considera de forma aproximada os efeitos da não-linearidade geométrica.

Pode-se relacionar a parte decimal do valor obtido de γ_z com a magnitude dos efeitos globais de segunda ordem na estrutura, por exemplo:

- 1,05 – Efeitos de segunda ordem em torno de 5% dos de primeira;
- 1,10 – Efeitos de segunda ordem em torno de 10% dos de primeira;
- 1,15 – Efeitos de segunda ordem em torno de 15% dos de primeira.

Segundo a NBR 6118:2014, item 15.5.3, o valor de γ_z para cada combinação de carregamento é dado pela expressão:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}}$$

$\Delta M_{tot,d}$ é a soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura, na combinação considerada, com seus valores de cálculo, pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação, obtidos da análise de primeira ordem;

$M_{1,tot,d}$ é o momento de tombamento, ou seja, a soma dos momentos de todas as forças horizontais da combinação considerada, com seus valores de cálculo, em relação à base da estrutura.

Considera-se que a estrutura é de nós fixos se for obedecida a condição $\gamma_z \leq 1,1$, e de nós móveis se $1,1 < \gamma_z \leq 1,3$.

Segundo o item 15.7.2 da NBR 6118:2014, com o valor de γ_z é possível estimar os esforços finais (1ª + 2ª ordem) por uma simples multiplicação dos esforços horizontais de primeira ordem, da combinação de carregamento considerada, por $0,95 \cdot \gamma_z$, sendo válido esse processo somente para $\gamma_z \leq 1,3$.

Carmo (1995) concluiu que majorar os esforços horizontais de primeira ordem somente por γ_z é satisfatório, como já havia sido mostrado por Franco e Vasconcelos (1991). Pinto (1997) também concluiu que a majoração somente por γ_z gera resultados satisfatórios até o limite de 1,20.

Lima (2001) concluiu que a majoração por $0,95 \cdot \gamma_z$ não conduz a bons resultados, principalmente nos pavimentos inferiores, pois a variação dos efeitos de segunda ordem é bastante significativa ao longo da altura da edificação. A majoração com γ_z , por outro lado, mostrou-se bastante satisfatória e mais eficiente que a feita com $0,95 \cdot \gamma_z$, e sugeriu a adoção de γ_z como majorador dos esforços. Pinto, Corrêa e Ramalho (2005) obtiveram apenas um novo limite para γ_z , igual a 1,25, como já foi comentado, porém a majoração apenas por γ_z ainda foi satisfatória.

Para edifícios de alvenaria estrutural, Campoó, Corrêa e Ramalho (2005) concluíram que a majoração por γ_z mostrou-se bastante satisfatória, em comparação com os resultados do processo P-Delta. Marin (2009), estudando estruturas de concreto pré-moldado de múltiplos pavimentos, também concluiu que a majoração por γ_z gera melhores resultados que os obtidos com $0,95 \cdot \gamma_z$.

O coeficiente γ_z é válido para estruturas reticuladas de no mínimo quatro andares. Tal limitação se deve aos mesmos motivos citados no item 2.2 deste trabalho, em que se comenta que, abaixo de quatro andares, ainda não se sabe qual o coeficiente redutor da rigidez de pilares que deve ser utilizado para a consideração da não-linearidade física de forma aproximada.

Outro motivo é que o cálculo do γ_z pressupõe estruturas com pavimentos tipos idênticos e regularidade dos elementos estruturais de um piso ao outro, regularidade essa que é menos comum em edifícios com até quatro pavimentos.

Portanto, para edificações com menos de quatro pavimentos, sugere-se a utilização do parâmetro α para verificação da estabilidade do edifício, e o processo P- Δ para a avaliação do efeito global de segunda ordem.

2.4.2.1 Consideração do coeficiente γ_{f3}

Uma consideração da NBR 6118:2014, no item 15.3.1, pode ser levada em conta no cálculo do γ_z .

A Norma indica que pode ser considerada também a formulação de segurança em que se calculam os efeitos de segunda ordem das cargas majoradas por γ_f/γ_{f3} , que posteriormente são majoradas por γ_{f3} , com $\gamma_{f3} = 1,1$.

Segundo o item 11.7 da NBR 6118:2014, as ações devem ser multiplicadas por γ_f , ponderador que é obtido pela multiplicação de três parcelas $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot \gamma_{f3}$, sendo que γ_{f1} leva em conta a variabilidade das ações, γ_{f2} , a simultaneidade das ações e γ_{f3} , as aproximações feitas em projeto (KIMURA, 2007).

Com a consideração do item 15.3.1 da NBR 6118:2014, omite-se a parcela γ_{f3} do coeficiente de segurança, pois ao se majorar com $\frac{\gamma_f}{\gamma_{f3}} = \frac{\gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot \gamma_{f3}}{\gamma_{f3}}$ o resultado é o mesmo que se obtém com $\gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2}$, e para obter o resultado final majora-se com γ_{f3} . Aí se pergunta: não seria obtido o mesmo resultado se fosse empregado diretamente o majorador γ_f ? A resposta é não, porque a análise de segunda ordem não possui uma resposta linear, e sim uma resposta não-linear. Portanto, ao se majorar com γ_{f3} no final, obtém-se um resultado um pouco menor, nos casos usuais. Deve-se lembrar que a NBR 6118:2014 é bem clara e diz “que pode ser considerada”, e não “que deve ser considerada”. Portanto, essa consideração é opcional.

No Sistema Computacional TQS os esforços são multiplicados por $\frac{\gamma_f}{\gamma_{f3}}$. Caso se queira considerar esse item da Norma, basta adotar o valor de $\gamma_{f3} = 1,1$; no caso contrário, basta admitir o valor de $\gamma_{f3} = 1,0$, pois $\frac{\gamma_f}{\gamma_{f3}} = \frac{\gamma_f}{1,0} = \gamma_f$. No apêndice deste trabalho será mostrado onde o valor de γ_{f3} pode ser alterado, dentro do Sistema Computacional.

Para que fique mais clara a consideração desse item da Norma, será reproduzido um exemplo que costuma ser mostrado no curso de cálculo de pilares ministrado pelo eng. Alio E. Kimura.

Suponha-se uma estrutura com resposta $S(F)$ não-linear representada pela curva em azul na figura 2.8. Pode-se observar que para os valores de F iguais a 5, 10 e 15 resultam valores de S iguais a 20, 45 e 100 respectivamente. Se a resposta fosse linear, como representado pela linha tracejada, os valores de S seriam outros.

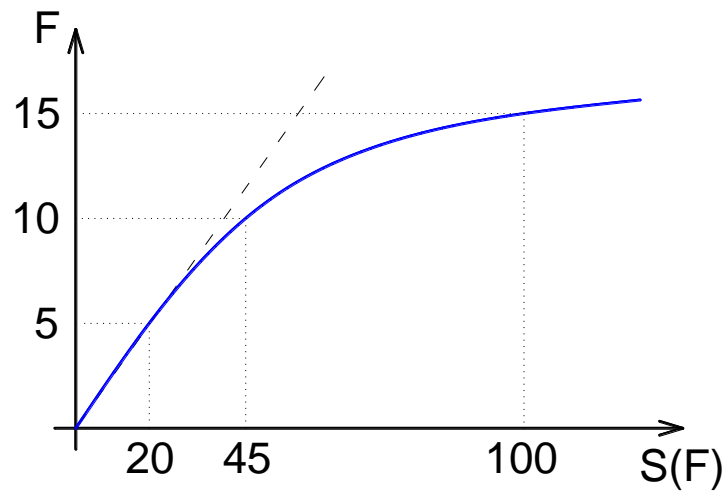


Figura 2.8. Resposta da estrutura representada de maneira não-linear.

Se o valor da ação característica a ser aplicada for $F_k = 10$, obtém-se $S_k = 45$. Majorando-se o valor de F_k com $\gamma_f = 1,4$, tem-se $F_d = 1,4 \cdot 10 = 14$, o que representa uma resposta $S_d = 85$, como pode ser visto na figura 2.9.

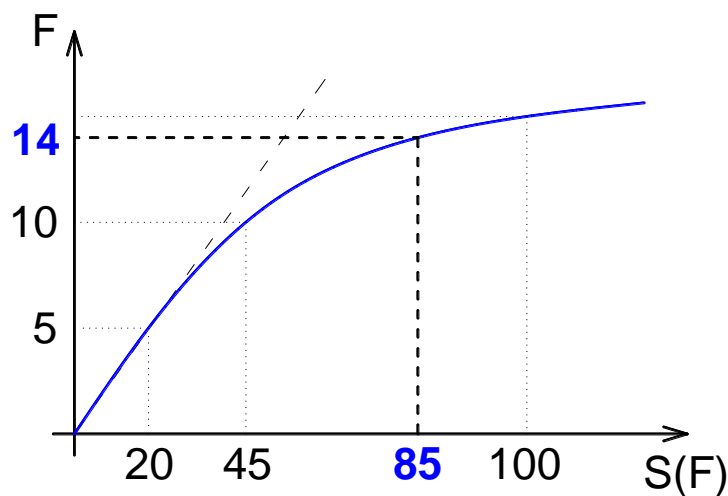


Figura 2.9. Resposta da estrutura para uma ação $F_d = 14$.

Utilizando-se a formulação de segurança da NBR 6118:2014 e majorando-se $F_k = 10$ com $\frac{\gamma_f}{\gamma_{f3}} = \frac{1,4}{1,1} = 1,27$, obtém-se $F_d = 1,27 \cdot 10 = 12,7$, o que corresponde a uma resposta $S_d = 72$, como pode ser visto na figura 2.10. Porém, lembrando que se deve no final da análise multiplicar por $\gamma_{f3} = 1,1$, resulta $S_{d,final} = 72 \cdot 1,1 = 79,2$, menor que o valor $S_d = 85$ obtido na análise anterior. Portanto, observa-se que com a formulação de segurança obtém-se uma resposta menor.

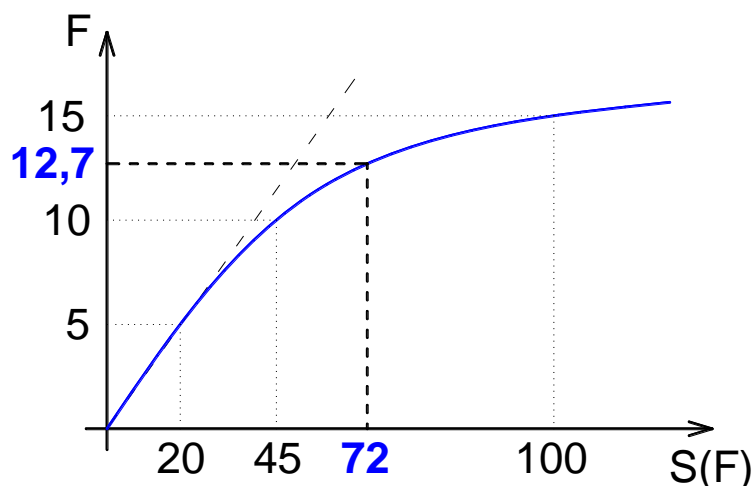


Figura 2.10. Resposta da estrutura para uma ação $F_d \cong 12,7$.

2.4.2.2 Demonstração da fórmula do coeficiente γ_z

A formulação do γ_z pode ser concebida de maneira simples e prática e será demonstrada a seguir, de modo bem didático. Partindo de uma análise linear, com a aplicação das ações horizontais, são calculados os momentos de primeira ordem M_1 em relação à base do edifício e os deslocamentos horizontais da estrutura, análogo ao que se mostrou no item 2.3, ao considerar os efeitos da não-linearidade geométrica. Esses deslocamentos fazem com que a força vertical atuante gere acréscimos de momento fletor na base, resultando um momento M_2 , isso na segunda iteração de uma sucessão de várias. Cada iteração gera acréscimos de momento que vão diminuindo até se tornarem praticamente nulos, obtendo-se um momento final M , se a estrutura for estável.

Na figura 2.11, pode-se observar um gráfico que relaciona o momento gerado na estrutura e o número de iterações. Verifica-se no gráfico que o fim da curva tende a ser uma reta, ou seja, tende a convergir a um único valor, igual ao momento final M .

Esse momento final M é a soma dos momentos de primeira e de segunda ordem, ou seja, é a soma do momento M_1 com os acréscimos de momentos a cada iteração:

$$M = M_1 + \Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 + \dots + \Delta M_i \quad (2.1)$$

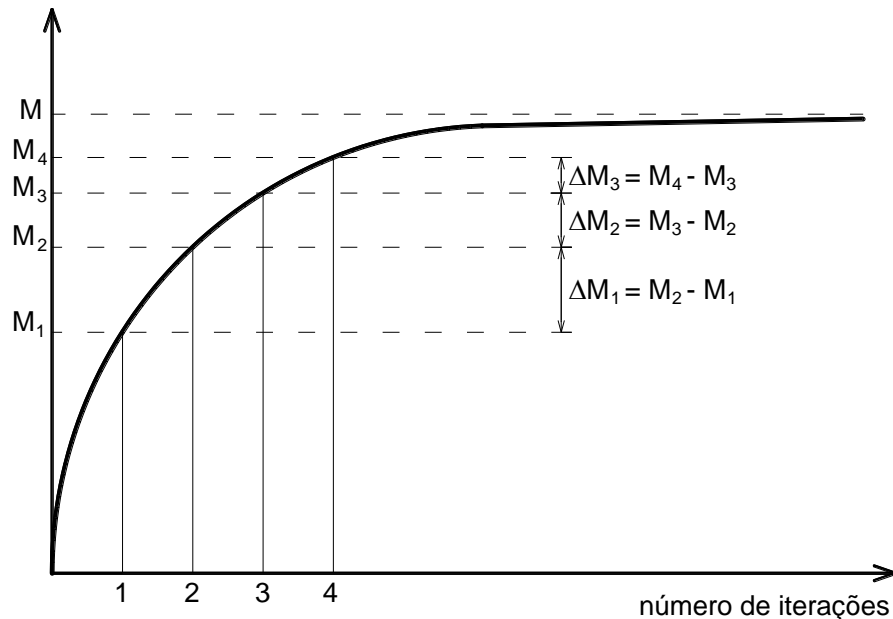


Figura 2.11. Determinação de momento final M (adaptada: CEB-1978).

Segundo o CEB-1978, as parcelas do momento final estão em uma progressão geométrica decrescente de razão menor que 1, e a razão pode ser obtida dividindo-se um termo pelo seu anterior, ou seja:

$$r = \frac{\Delta M_1}{M_1} = \frac{\Delta M_2}{\Delta M_1} = \frac{\Delta M_3}{\Delta M_2} = \dots = \frac{\Delta M_i}{\Delta M_{i-1}} < 1 \quad (2.2)$$

Da expressão anterior obtêm-se:

$$\Delta M_1 = M_1 \cdot r$$

$$\Delta M_2 = \Delta M_1 \cdot r = (M_1 \cdot r) \cdot r = M_1 \cdot r^2$$

$$\Delta M_3 = \Delta M_2 \cdot r = [\Delta M_1 \cdot r] \cdot r = [(M_1 \cdot r) \cdot r] \cdot r = M_1 \cdot r^3$$

⋮

$$\Delta M_i = \Delta M_{i-1} \cdot r = M_1 \cdot r^i \quad (2.3)$$

Substituindo na equação 2.1, resulta:

$$M = M_1 + \Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 + \dots + \Delta M_i$$

$$M = M_1 + M_1 \cdot r + M_1 \cdot r^2 + M_1 \cdot r^3 + \dots + M_1 \cdot r^i \quad (2.4)$$

Colocando-se M_1 em evidência na equação 2.4, obtém-se:

$$M = (1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^i) \cdot M_1 \quad (2.5)$$

Percebe-se que a somatória das parcelas dentro dos parênteses, no segundo membro da equação 2.5, é uma soma dos termos de uma progressão geométrica infinita de razão r , cuja formulação já foi deduzida e pode ser encontrada em qualquer livro de matemática do ensino médio. Tal formulação permite que se diga que a soma dos termos de uma PG infinita de razão q , com $-1 < q < 1$, é dada por:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - q}$$

- a_1 é o primeiro termo da soma;
- q é a razão ($-1 < q < 1$).

No estudo das progressões geométricas impõe-se como restrição para a razão o intervalo ($-1 < q < 1$), pois o universo de estudo são os números reais (\mathbb{R}). Na demonstração do coeficiente γ_z impõe-se como restrição para a razão apenas ($q < 1$), pois nunca resultará razão negativa, isso porque um momento obtido numa determinada iteração nunca será menor que o obtido na iteração anterior. Caso isto ocorra, algum erro foi cometido na análise.

Portanto, obtém-se o seguinte resultado:

$$M = \left(\frac{1}{1 - r} \right) \cdot M_1 \quad (2.6)$$

Sabe-se que o γ_z é obtido por meio de uma análise linear e que com ele pode-se considerar de forma aproximada a análise não-linear geométrica.

Tal análise é realizada por sucessivas análises lineares, uma após a outra, ou seja, a cada iteração realiza-se uma análise linear para que no final se possa obter um resultado que represente os efeitos da não-linearidade geométrica.

Portanto, considerando-se apenas a primeira análise linear, o que corresponde à primeira e à segunda iteração, tem-se:

$$r = \frac{\Delta M}{M_1} \quad (2.7)$$

E em valores de cálculo:

$$r = \frac{\Delta M_d}{M_{1d}} \quad (2.8)$$

Portanto, substituindo-se (2.8) em (2.6) resulta:

$$M = \left(\frac{1}{1 - \frac{\Delta M_d}{M_{1d}}} \right) \cdot M_1 \quad (2.9)$$

A parcela que majora (multiplica) o momento M_1 foi definida por Franco e Vasconcelos (1991) como o coeficiente γ_z . Portanto:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_d}{M_{1d}}} \quad (2.10)$$

Generalizando-se para o caso de edifícios, onde se tem carregamentos verticais com diferentes pontos de aplicação na estrutura, obtém-se a formulação da NBR 6118:2014:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (2.11)$$

2.4.3 COEFICIENTE $FAVt$

O coeficiente $FAVt$ (Fator de amplificação de esforços horizontais ou de vento) também pode ser considerado um parâmetro que avalia a estabilidade global. Bueno (2009) estudou esse parâmetro, porém chamando-o de γ'_z . Comparou seus resultados com os do processo P- Δ e encontrou valores satisfatórios, mas concluiu que para esse parâmetro ser consolidado como parâmetro de estabilidade são necessários mais estudos. Além dessa função ele pode ser utilizado como estimador dos esforços de segunda ordem, similar ao γ_z .

Esse coeficiente $FAVt$ é exclusivo do Sistema CAD/TQS. É calculado utilizando-se exatamente a mesma formulação do coeficiente γ_z . A diferença é que os deslocamentos horizontais provocados pelas cargas verticais são considerados, ou seja, a única parcela que é calculada de uma maneira diferente em relação ao γ_z é o $\Delta M_{tot,d}$ (esforços de segunda ordem).

Ao fim do capítulo será apresentado um exemplo prático que mostrará a diferença entre esses dois coeficientes.

Portanto a formulação do $FAVt$ é a seguinte:

$$FAVt = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}}$$

Agora, em que casos podem ocorrer deslocamentos horizontais devidos a cargas verticais?

Tais deslocamentos são provenientes do fato da estrutura não ser simétrica (caso mais geral), por exemplo, um edifício no alto da orla da praia, com todas as sacadas voltadas para o mar, sendo que do outro lado não existe nenhuma sacada.

Essas sacadas constituem balanços que geram um momento em cada piso, o que provoca o deslocamento horizontal devido às cargas verticais.

Podem-se encontrar também tais deslocamentos em edifícios com vigas de transição, com pilares que mudam de seção no meio da edificação sem simetria, planta não simétrica, taxas de armadura diferentes entre pilares, desaprumo etc.

Para ficar mais claro, pode-se observar na figura 2.12 um exemplo de estrutura não simétrica, composta à direita por grandes balanços, sem nenhum balanço à esquerda, o que caracteriza a falta de simetria, como comentado no exemplo anterior, do edifício no alto da orla da praia.

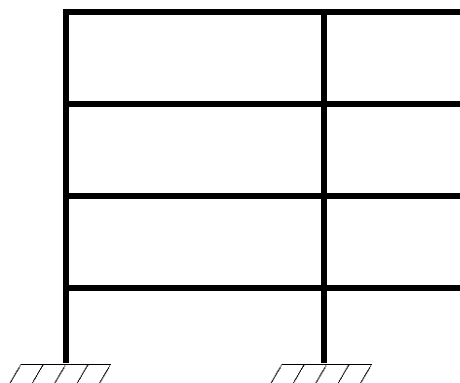


Figura 2.12. Estrutura não simétrica.

Após a aplicação de um carregamento vertical na estrutura da figura 2.12, como mostrado na figura 2.13, obtém-se a configuração deformada indicada na figura 2.14, onde se pode observar claramente o deslocamento horizontal de toda a estrutura, devido ao carregamento vertical aplicado ($u_{h,v}$).

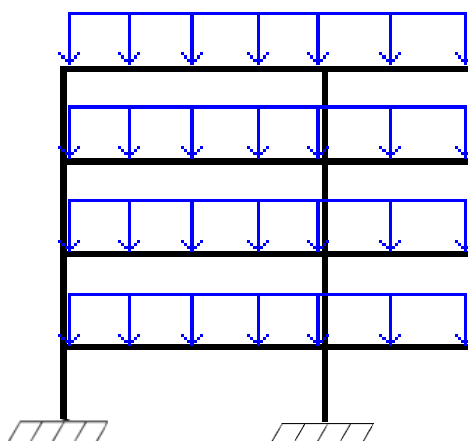


Figura 2.13. Carregamento vertical aplicado na estrutura.

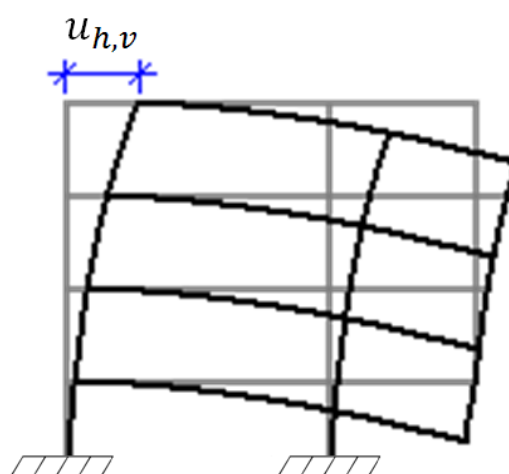


Figura 2.14. Deslocamento horizontal devido à carga vertical.

O cálculo do $FAVt$ é feito principalmente para aplicação do método aproximado para avaliação dos efeitos de globais de segunda ordem ($0,95 \cdot \gamma_z$) proposto pela NBR 6118:2014, que pode ser chamado de ($0,95 \cdot FAVt$) neste caso. Quando os deslocamentos horizontais provocados pelas cargas verticais atuam no sentido do vento, $FAVt$ é maior que γ_z .

Em situações contrárias, isto é, quando os deslocamentos oriundos das cargas verticais atuam em sentido oposto ao do vento (favorecendo a estabilidade), $FAVt$ é menor que γ_z .

O Sistema CAD/TQS opta pelo coeficiente $FAVt$ como o majorador de esforços de primeira ordem, e quando se recai neste último caso em que os deslocamento devidos às cargas verticais ocorrem no sentido oposto ao do vento, o Sistema adota automaticamente o γ_z como majorador de esforços, descartando o $FAVt$.

Quando o edifício é perfeitamente simétrico, o γ_z e o $FAVt$ são idênticos, porque neste caso o deslocamento horizontal devido ao carregamento vertical não irá existir. Caso contrário, esses valores não são iguais.

Em relação ao deslocamento horizontal estar no sentido do vento, para que isso fique mais claro, pode-se ver na figura 2.15-(a) uma estrutura não simétrica com um carregamento P concentrado na extremidade do balanço. Com a aplicação desse carregamento a estrutura sofre um deslocamento $(u_{h,v})$, e o vento ao atuar no mesmo sentido do deslocamento irá aumentá-lo, resultando um deslocamento horizontal final $(u_{h,f})$ maior que $(u_{h,v})$, como pode ser visto na figura 2.15-(b). Isso explica o valor do $FAVt$ ser maior que o de γ_z para este caso.

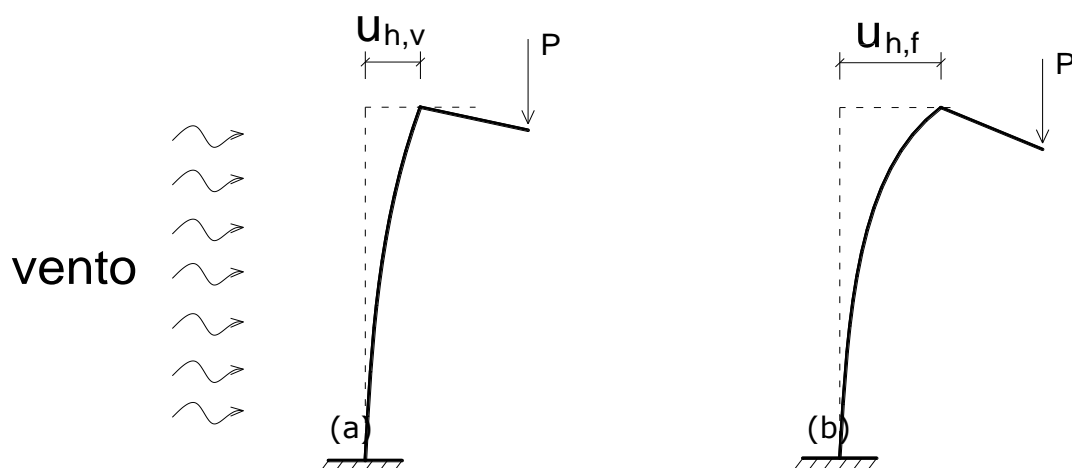


Figura 2.15. Vento no sentido do deslocamento horizontal devido à carga vertical.

Para o caso em que o sentido do vento é oposto ao do deslocamento horizontal, pode-se ver na figura 2.16-(a) a mesma estrutura com a carga concentrada P aplicada na extremidade do balanço gerando um deslocamento ($u_{h,v}$), e o vento, ao atuar no sentido oposto ao do deslocamento da estrutura, irá diminuí-lo, resultando um deslocamento final ($u_{h,f}$) menor que ($u_{h,v}$), como pode ser visto na figura 2.16-(b). Isso explica o fato do valor do $FAVt$ ser menor que o de γ_z para este caso.

Sabe-se que para o cálculo do γ_z , foram utilizados apenas os deslocamentos gerados pelo vento, e também que os deslocamentos ($u_{h,v}$) indicados nas figuras foram exagerados para facilitar sua visualização.

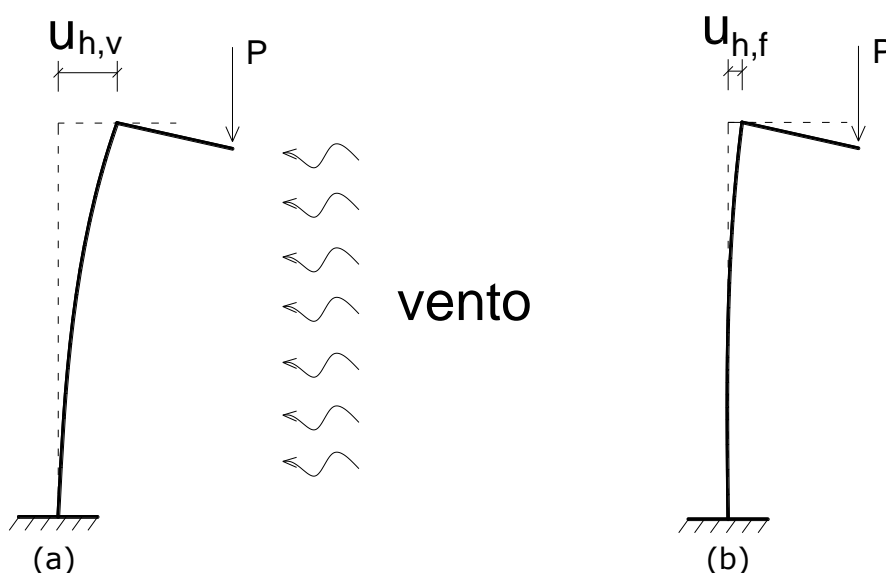


Figura 2.16. Vento no sentido oposto ao do deslocamento horizontal devido à carga vertical.

Existe outra questão a ser equacionada nesses casos. À medida que a edificação vai sendo construída, e conseqüentemente inclinando-se, o construtor vai colocando o prédio no prumo novamente, isto é, fazendo as fôrmas inclinadas para o lado contrário. Em função disso, o deslocamento horizontal devido às cargas verticais até então atuantes (peso próprio principalmente) não é o total calculado elasticamente, por isso o Sistema CAD/TQS permite que seja fornecido um valor para considerar esse efeito, ou seja, não é preciso considerar 100% do deslocamento horizontal devido às cargas verticais.

Depois que a estrutura estiver pronta e forem gradativamente colocadas outras cargas, como alvenarias, revestimentos etc., aí sim o deslocamento aproxima-se do valor total. Vale ressaltar, que o peso próprio é significativo em edifícios altos, o que acarreta a importância deste critério.

No próximo item, será resolvido um exercício para mostrar a aplicação dos dois coeficientes: o γ_z e o $FAVt$.

2.5 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DOS COEFICIENTES $FAVt$ E γ_z

Exemplo 1: Calcular os valores dos coeficientes γ_z e $FAVt$ para a estrutura mostrada na figura 2.17, sabendo-se que o concreto possui $f_{ck} = 25MPa$ e o peso próprio da estrutura foi desprezado.

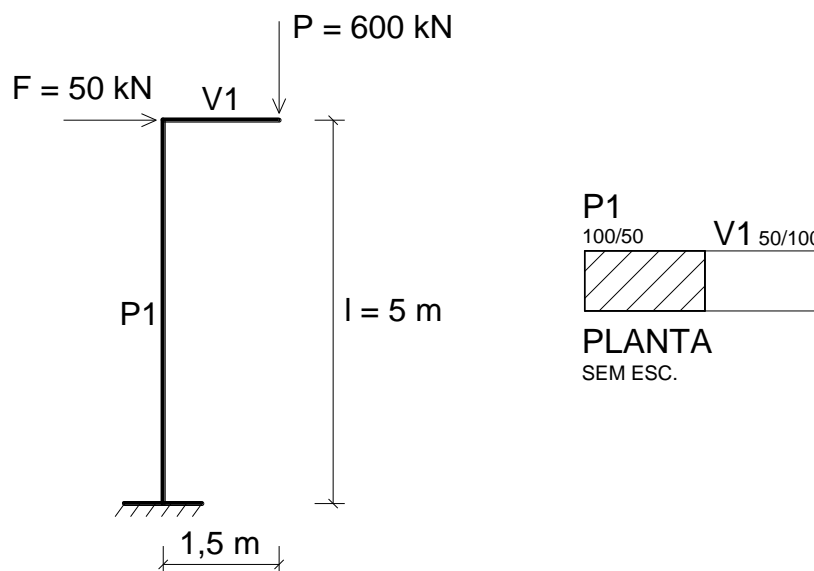


Figura 2.17. Estrutura formada por um pilar e uma viga.

Módulo de Elasticidade:

O módulo necessário é o módulo de elasticidade tangente inicial.

$$E_{ci} = 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 5600 \cdot \sqrt{25} = 28.000MPa = 28.000.000\text{ kN/m}^2$$

Inércia do Pilar:

$$I_{c,pil} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0,5 \cdot 1,0^3}{12} = 0,04166\text{ m}^4$$

Deslocamento horizontal devido à ação horizontal:

Como pode ser observado na figura 2.18, o deslocamento horizontal devido à ação horizontal ($u_{h,h}$), que pode ser obtido em qualquer tabela de linhas elásticas nos livros de Resistência dos Materiais, é igual a $u_{h,h} = \frac{F_d \cdot l^3}{3 \cdot (EI)_{sec}}$, sendo F_d uma ação de cálculo concentrada na extremidade livre de uma barra vertical engastada na base e livre no topo, l o comprimento da barra e $(EI)_{sec}$ a rigidez secante.

Será considerado, de acordo com o item 15.7.3 da NBR 6118:2003, o valor de $(EI)_{sec} = 0,7E_{ci}I_c$ para contemplar a não-linearidade física de forma aproximada.

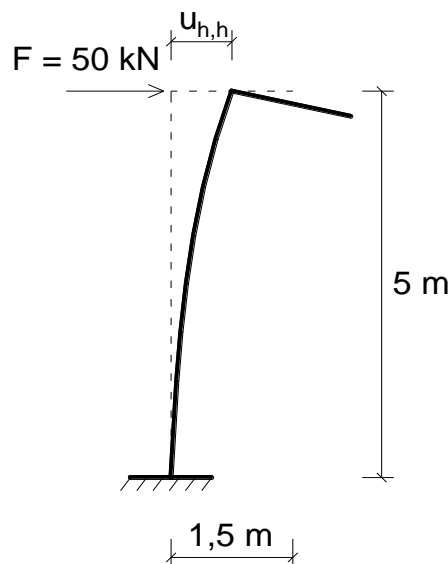


Figura 2.18. Deslocamento horizontal devido à ação horizontal.

$$u_{h,h} = \frac{F_d \cdot l^3}{3 \cdot (EI)_{sec}} = \frac{F_d \cdot l^3}{3 \cdot (0,7E_{ci}I_{c,pil})} = \frac{(50 \cdot 1,4) \cdot 5^3}{3 \cdot (0,7 \cdot 28000000 \cdot 0,04166)}$$

$$u_{h,h} = 0,0036 \text{ m}$$

Cálculo do Gama-z:

Para o cálculo do Gama-z, utiliza-se apenas o deslocamento horizontal devido à ação horizontal.

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}}$$

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{P_d \cdot u_{h,h}}{F_d \cdot l}}$$

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{(600 \cdot 1,4) \cdot 0,0036}{(50 \cdot 1,4) \cdot 5}} = \frac{1}{1 - \frac{0,30}{35}}$$

$$\gamma_z \cong 1,009$$

Deslocamento horizontal devido à ação vertical:

Como pode ser observado na figura 2.19, o deslocamento horizontal devido à ação vertical ($u_{h,v}$), que também pode ser obtido em tabelas de livros de Resistência dos Materiais, é igual a $u_{h,v} = \frac{M_d \cdot l^2}{2 \cdot (EI)_{sec}}$, sendo M_d um momento de cálculo concentrado na extremidade livre de uma barra vertical engastada na base e livre no topo, l o comprimento da barra e $(EI)_{sec}$ a rigidez secante. O momento M concentrado na extremidade livre é obtido transferindo-se a carga P aplicada na extremidade livre da viga para a extremidade livre do pilar, ao se transferir obtém-se um momento $M = P \cdot 1,5 = 600 \cdot 1,5 = 900 \text{ kN.m}$, como pode ser observado na figura 2.20.

Como no deslocamento devido à ação horizontal, aqui também será considerado, de acordo com o item 15.7.1 da NBR 6118:2003, o valor de $(EI)_{sec} = 0,7E_{ci}I_c$ para contemplar a não-linearidade física de forma aproximada.

$$u_{h,v} = \frac{M_d \cdot l^2}{2 \cdot (EI)_{sec}} = \frac{M_d \cdot l^2}{2 \cdot (0,7E_{ci}I_{c,pil})} = \frac{(900 \cdot 1,4) \cdot 5^2}{2 \cdot (0,7 \cdot 28000000 \cdot 0,04166)}$$

$$u_{h,v} = 0,0193 \text{ m}$$

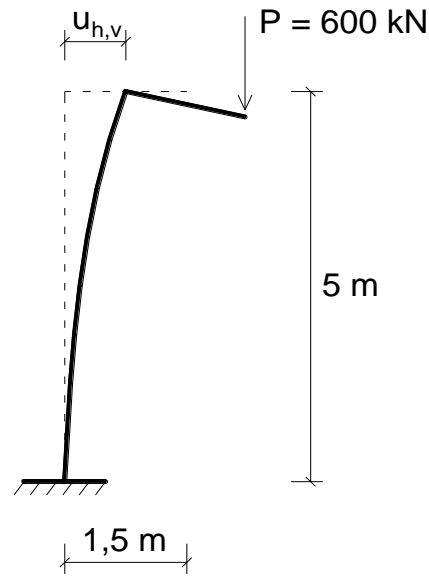


Figura 2.19. Deslocamento horizontal devido à ação vertical.

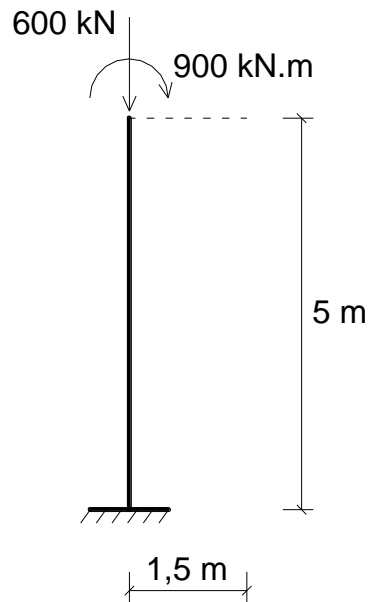


Figura 2.20. Transferência da carga P para a extremidade livre do pilar.

Cálculo do $FAVt$:

Para o cálculo do $FAVt$, utiliza-se o deslocamento horizontal total ($u_{h,tot}$), como pode ser observado na figura 2.21, o qual é a soma dos deslocamentos horizontais devidos à ação horizontal e à ação vertical, diferentemente do cálculo do Gama-z, no qual se utiliza somente o deslocamento horizontal devido à ação horizontal.

$$FAVt = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}}$$

$$FAVt = \frac{1}{1 - \frac{P_d \cdot (u_{h,tot})}{F_d \cdot l}}$$

$$FAVt = \frac{1}{1 - \frac{P_d \cdot (u_{h,h} + u_{h,v})}{F_d \cdot l}}$$

$$FAVt = \frac{1}{1 - \frac{(600 \cdot 1,4) \cdot (0,0036 + 0,0193)}{(50 \cdot 1,4) \cdot 5}} = \frac{1}{1 - \frac{1,92}{35}}$$

$$FAVt = 1,058$$

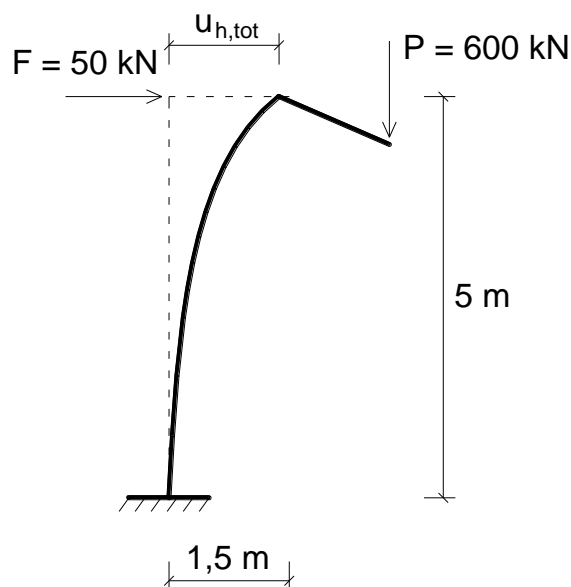


Figura 2.21. Deslocamento horizontal total.

Conclusão:

Para este exemplo, obteve-se $\gamma_z \cong 1,009$ e $FAVt = 1,058$, ou seja, para o caso de utilizá-los como majorador de esforços de primeira ordem, com o coeficiente $FAVt$ obteve-se um acréscimo de aproximadamente 4,86 %.

$$\frac{1,058 - 1,009}{1,009} \cdot 100 \cong 4,86 \%$$

Lembra-se que este exemplo teve a única finalidade de mostrar a diferença do cálculo dos dois coeficientes.

3

PROCESSO P-DELTA

Os esforços de primeira e de segunda ordem global podem ser obtidos por meio do processo P-Delta. Porém, como ele não é um parâmetro de estabilidade, a avaliação da estabilidade global é realizada após a análise. O P-Delta nada mais é do que um processo de análise não-linear geométrica.

Segundo Lopes (2005), P-Delta é um efeito que ocorre em qualquer estrutura onde os elementos estão submetidos a forças axiais, ou seja, forças na direção longitudinal da peça. Pode-se dizer que é um processo que relaciona a carga axial (P) com o deslocamento horizontal (Δ). Na literatura, há diversos métodos que levam em conta este processo, tais como: Método de Dois Ciclos Iterativos, Método da Carga Lateral Fictícia, Método da Carga de Gravidade Iterativa e Método da Rigidez Negativa.

Neste trabalho será dada ênfase apenas ao Método da Carga Lateral Fictícia, por ele ser o mais conhecido entre todos, e no item 3.3 deste capítulo, será mostrado como o Sistema Computacional TQS considera o processo P-Delta.

3.1 MÉTODO DA CARGA LATERAL FICTÍCIA

Este método também pode ser chamado de $P-\Delta$ iterativo ou, em inglês, de "Iterative Method". Após a análise de primeira ordem, iniciam-se as iterações até que se chegue numa posição de equilíbrio, como pode ser visto na figura 3.1.

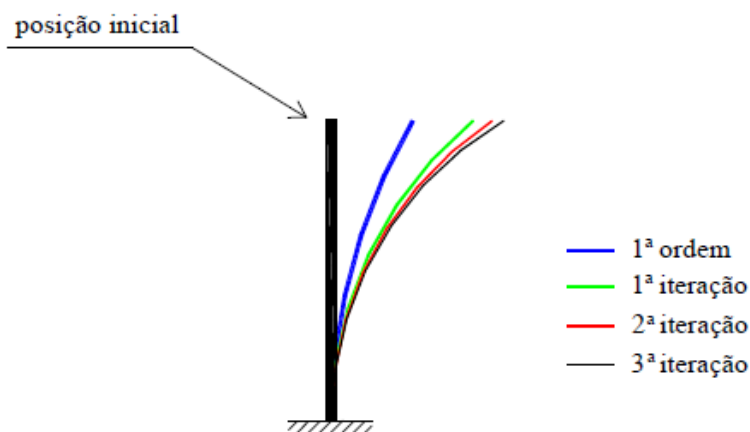


Figura 3.1. Iterações do processo P-Delta. Fonte: LIMA (2001).

A cada iteração obtém-se uma nova força lateral fictícia e, com essa nova força, volta-se a realizar a mesma análise, até atingir a posição de equilíbrio, como foi dito anteriormente.

Como foi visto na figura 3.1, o processo P-Delta foi mostrado para uma barra simples na vertical, engastada na base e livre no topo. Porém, esse processo pode ser aplicado a edifícios de múltiplos andares, como mostra a figura 3.2.

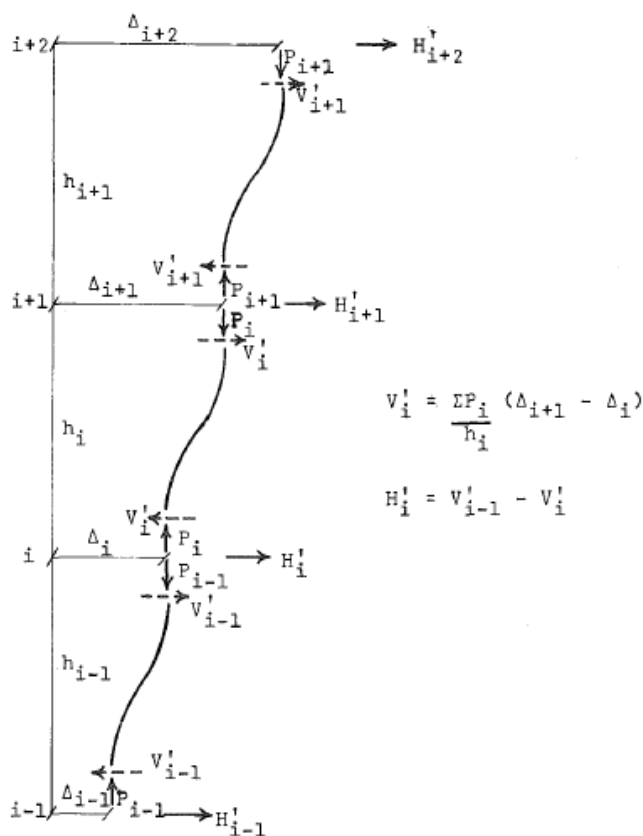


Figura 3.2. Cargas fictícias (H') em edifícios de múltiplos andares.

Fonte: GAIOTTI (1989).

Para quem está estudando o processo P-Delta pela primeira vez, a figura 3.2 pode parecer um pouco confusa. Portanto, para tentar explicar melhor, serão consideradas algumas etapas, sendo a primeira a de aplicação de carregamento vertical, surgindo, logo após, os esforços horizontais fictícios (cortante fictícia, V' , e a carga lateral fictícia, H').

Os esforços cortantes fictícios podem ser obtidos pela seguinte expressão:

$$V'_i = \frac{\sum P_i}{h_i} \cdot (\Delta_{i+1} - \Delta_i) \tag{3.1}$$

E a carga lateral fictícia H' de um andar (i) pode ser obtida subtraindo-se a cortante fictícia desse andar (i) do valor relativo ao andar inferior (i - 1), ou seja:

$$H'_i = V'_{i-1} - V'_i \quad (3.2)$$

Na figura 3.3, pode-se observar a face indeformada do edifício e a face deformada, sendo esta representada pela linha mais escura.

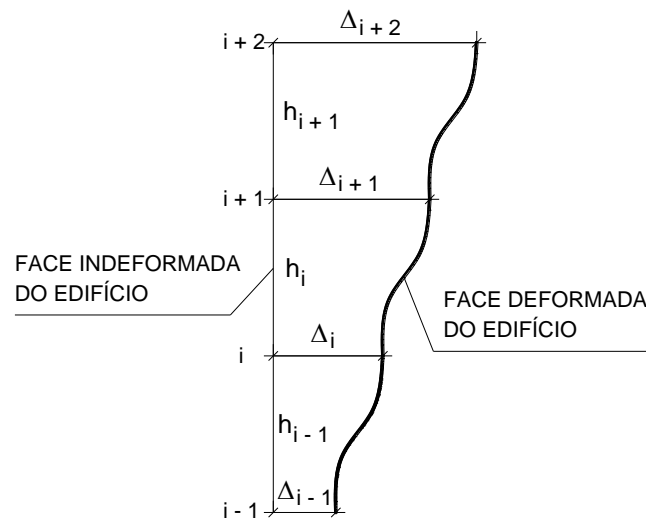


Figura 3.3. Deslocamentos dos pavimentos.

Na figura 3.4 são indicados os deslocamentos horizontais entre os pavimentos.

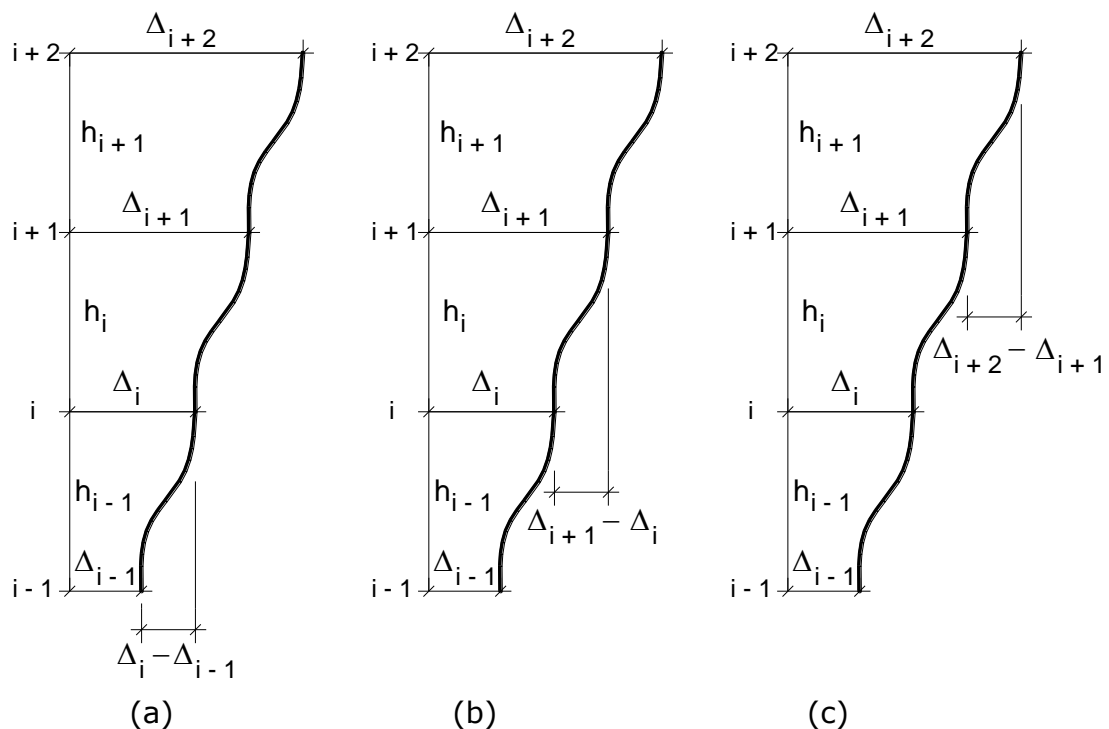


Figura 3.4. Deslocamentos horizontais entre os pavimentos.

Com a aplicação das cargas verticais, como mostrado na figura 3.5-(a), surgirão momentos, por causa dos deslocamentos horizontais entre os pavimentos.

Por exemplo, utilizando-se os deslocamentos entre os pavimentos da figura 3.4-(b), ter-se-ia o momento igual a $\sum P_i \cdot (\Delta_{i+1} - \Delta_i)$. Dividindo-se cada parcela pela respectiva altura h_i , obtém-se o binário de forças cortantes fictícias, o qual é representado pela expressão 3.1. Subtraindo-se a força cortante V'_i de V'_{i-1} , mostrada na figura 3.5-(b), obtém-se a expressão 3.2, anteriormente mostrada, para a carga lateral fictícia H'_i .

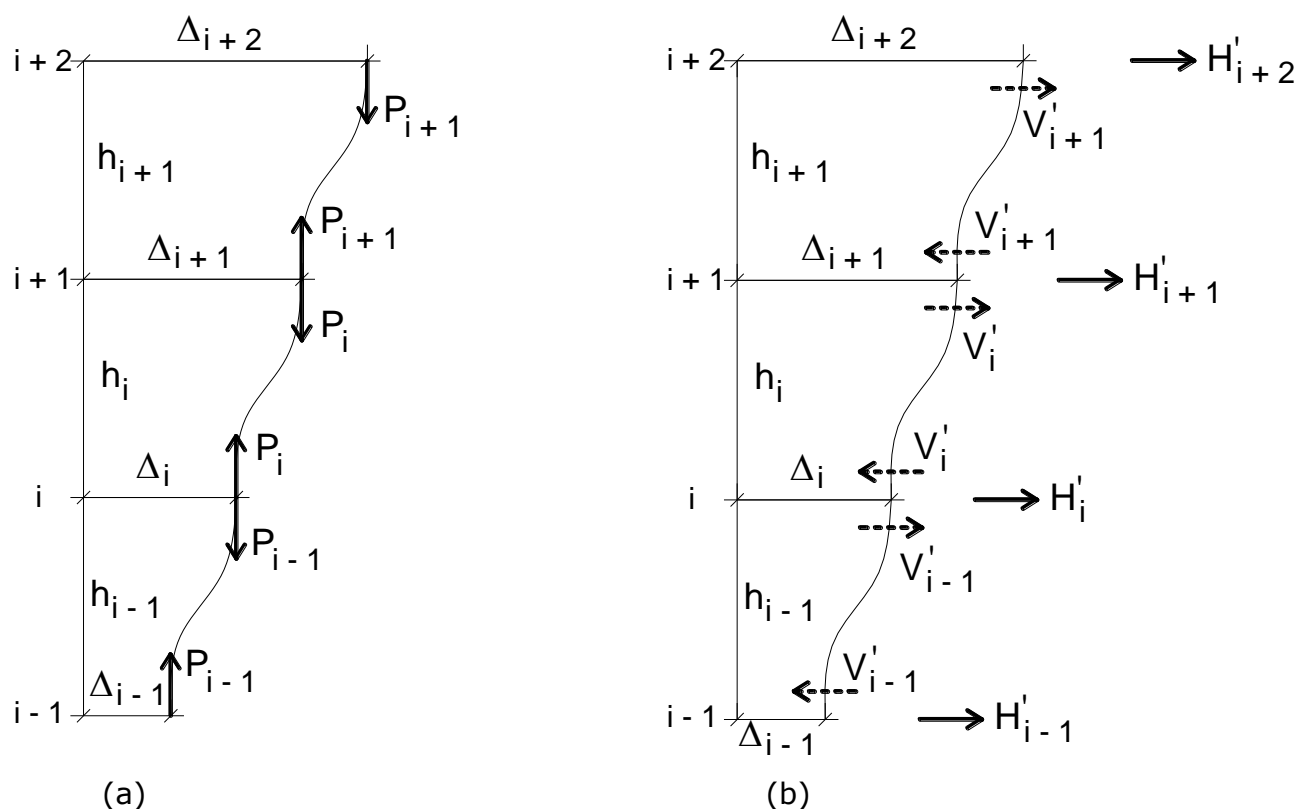


Figura 3.5. Esquema de forças verticais (a) e horizontais fictícias (b).

Vale ressaltar que na figura 3.5-(b) ainda estão aplicadas as cargas verticais, que não foram indicadas, para permitir melhor visualização das cargas horizontais fictícias.

Para a obtenção do momento final de segunda ordem global, devem-se realizar algumas iterações até que se chegue à posição de equilíbrio. A maneira como devem ser realizadas as iterações ficará bem clara com o exemplo resolvido

passo a passo no próximo item, onde o resultado foi comparado com o relativo ao processo simplificado do coeficiente Gama-z.

3.2 EXEMPLO NUMÉRICO

Calcular os momentos na base engastada do pilar submetido às ações horizontal e vertical indicadas na figura 3.6, levando em conta os efeitos de segunda ordem pelo processo P-Delta e pelo método simplificado do Gama-z.

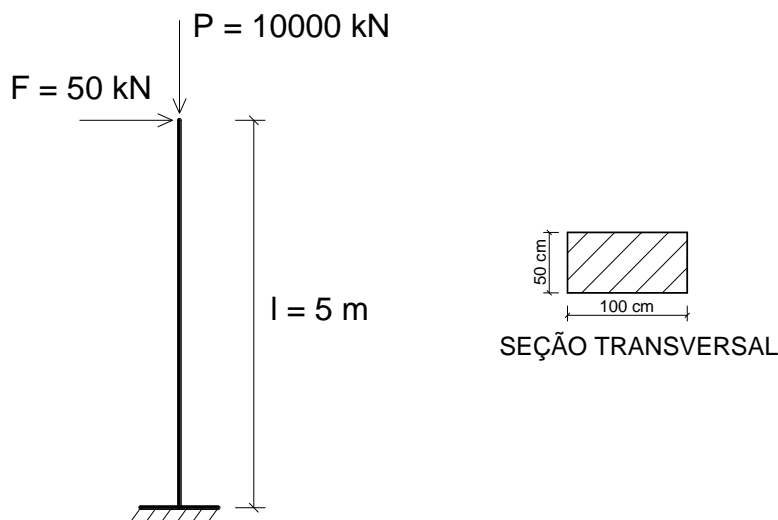


Figura 3.6. Pilar submetido a ações horizontal e vertical.

3.2.1 ANÁLISE PELO PROCESSO P-Delta

As etapas do cálculo pelo processo P-Delta são indicadas a seguir.

a) Módulo de Elasticidade

Considera-se o módulo de elasticidade tangente inicial:

$$E_{ci} = 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 5600 \cdot \sqrt{25} = 28.000 \text{ MPa}$$

b) Inércia da seção

$$I_c = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0,5 \cdot 1,0^3}{12} = 0,04166 \text{ m}^4$$

c) Deslocamento horizontal devido à ação horizontal (F)

Como pode ser observado na figura 3.7, o deslocamento horizontal devido à ação horizontal é dado por:

$$\Delta = \frac{F_d \cdot l^3}{3 \cdot (EI)_{sec}}$$

F_d é uma ação de cálculo concentrada na extremidade livre de uma barra vertical engastada na base e livre no topo, l é o comprimento da barra e $(EI)_{sec}$ é a rigidez secante.

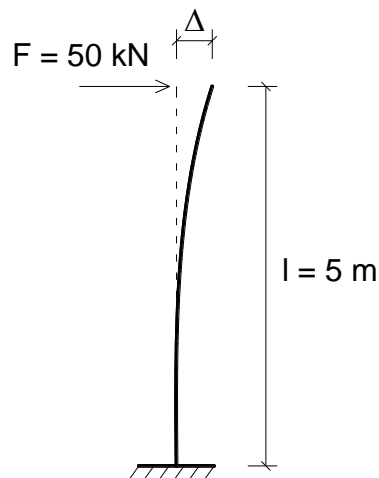


Figura 3.7. Deslocamento horizontal (Δ).

De acordo com o item 15.7.3 da NBR 6118:2003, será adotado o valor de $(EI)_{sec} = 0,7E_{ci}I_c$ para considerar a não-linearidade física, de forma aproximada.

$$\Delta = \frac{F_d \cdot l^3}{3 \cdot (EI)_{sec}} = \frac{F_d \cdot l^3}{3(0,7E_{ci}I_{c,pil})} = \frac{(50 \cdot 1,4) \cdot 5^3}{3 \cdot (0,7 \cdot 28000000 \cdot 0,04166)}$$

$$\Delta = 3,572 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

d) Momento na base do pilar

O cálculo do momento M_2 é baseado na figura 3.8:

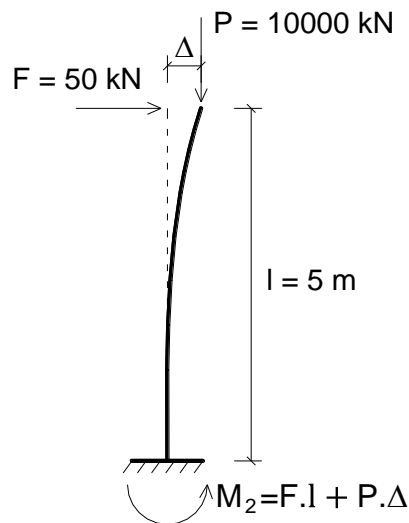


Figura 3.8. Momento na base do pilar (M_2).

$$M_1 = F_d \cdot l = (50 \cdot 1,4) \cdot 5 = 350 \text{ kN.m}$$

$$M_2 = M_1 + P_d \cdot \Delta$$

$$M_2 = 350 + (10000 \cdot 1,4) \cdot 3,572 \cdot 10^{-3}$$

$$M_2 = 400,008 \text{ kN.m}$$

e) Primeira força horizontal fictícia

Pergunta-se, então, qual o valor de uma força horizontal fictícia (F_f) que gera o mesmo momento que $P \cdot \Delta$ na base no pilar? Para responder a esta pergunta, basta resolver a equação a seguir.

$$F_{f1,d} \cdot l = P_d \cdot \Delta$$

$$F_{f1} \cdot 1,4 \cdot 5 = 10000 \cdot 1,4 \cdot 3,572 \cdot 10^{-3}$$

$$F_{f1} = \frac{10000 \cdot 1,4 \cdot 3,572 \cdot 10^{-3}}{1,4 \cdot 5}$$

$$F_{f1} = 7,144 \text{ kN}$$

f) Deslocamento horizontal devido à primeira força horizontal fictícia

O cálculo desse deslocamento é baseado na figura 3.9:

$$\Delta_1 = \frac{F_{f1,d} \cdot l^3}{3(0,7E_{ci}I_{c,pil})} = \frac{(7,144 \cdot 1,4) \cdot 5^3}{3 \cdot (0,7 \cdot 28000000 \cdot 0,04166)}$$

$$\Delta_1 = 5,104 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

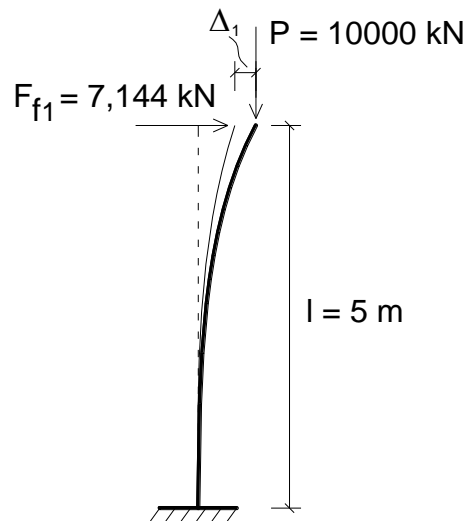


Figura 3.9. Deslocamento horizontal (Δ_1).

g) Novo momento na base do pilar

$$M_3 = M_2 + P_d \cdot \Delta_1$$

$$M_3 = 400,008 + (10000 \cdot 1,4) \cdot 5,104 \cdot 10^{-4}$$

$$M_3 = 407,154 \text{ kN.m}$$

Pode-se avaliar a precisão do momento obtido calculando-se o erro a cada iteração. Serão feitas iterações até que o erro seja um valor muito pequeno, que aqui será adotado em torno de 0,01% do momento da iteração anterior, para assim comparar o momento final obtido com o do processo simplificado do Gama-z.

O erro para esta iteração é calculado a seguir.

$$e = M_3 - M_2 = 407,154 - 400,008 = 7,146 \text{ kN.m (1,755\%)}$$

h) Segunda força horizontal fictícia

$$F_{f2,d} \cdot l = P_d \cdot \Delta_1$$

$$F_{f2} \cdot 1,4 \cdot 5 = 10000 \cdot 1,4 \cdot 5,104 \cdot 10^{-4}$$

$$F_{f2} = \frac{10000 \cdot 1,4 \cdot 5,104 \cdot 10^{-4}}{1,4 \cdot 5}$$

$$F_{f2} = 1,021 \text{ kN}$$

i) Deslocamento horizontal devido à segunda força horizontal fictícia

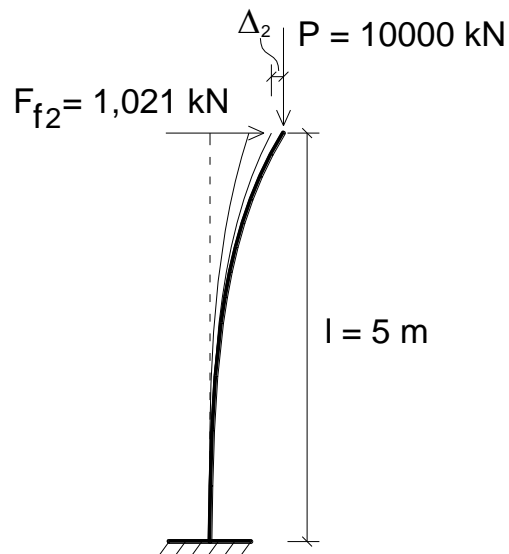


Figura 3.10. Deslocamento horizontal (Δ_2).

Cálculo do deslocamento indicado na figura 3.10:

$$\Delta_2 = \frac{F_{f2,d} \cdot l^3}{3(0,7E_{ci}I_{c,pil})} = \frac{(1,021 \cdot 1,4) \cdot 5^3}{3 \cdot (0,7 \cdot 28000000 \cdot 0,04166)}$$

$$\Delta_2 = 7,294 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

j) Novo momento na base do pilar

$$M_4 = M_3 + P_d \cdot \Delta_2$$

$$M_4 = 407,154 + (10000 \cdot 1,4) \cdot 7,294 \cdot 10^{-5}$$

$$M_4 = 408,175 \text{ kN.m}$$

Erro:

$$e = M_4 - M_3 = 408,175 - 407,154 = 1,021 \text{ kN.m (0,250\%)}$$

k) Terceira força horizontal fictícia

$$F_{f3,d} \cdot l = P_d \cdot \Delta_2$$

$$F_{f3} \cdot 1,4 \cdot 5 = 10000 \cdot 1,4 \cdot 7,294 \cdot 10^{-5}$$

$$F_{f3} = \frac{10000 \cdot 1,4 \cdot 7,294 \cdot 10^{-5}}{1,4 \cdot 5}$$

$$F_{f3} = 0,146 \text{ kN}$$

l) Deslocamento horizontal devido à terceira força horizontal fictícia

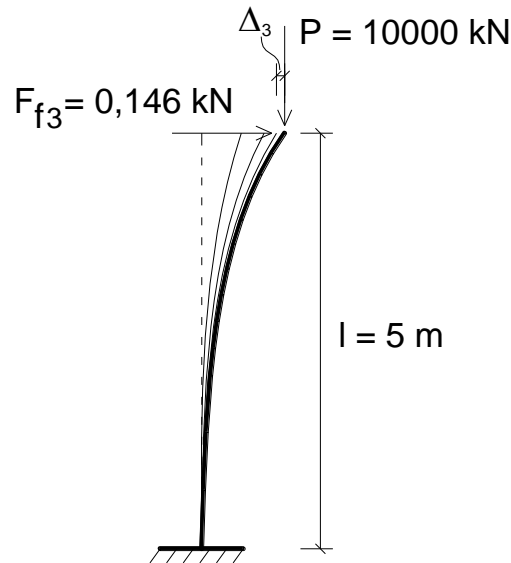


Figura 3.11. Deslocamento horizontal (Δ_3).

Cálculo do deslocamento indicado na figura 3.11:

$$\Delta_3 = \frac{F_{f3,d} \cdot l^3}{3(0,7E_{ci}I_{c,pil})} = \frac{(0,146 \cdot 1,4) \cdot 5^3}{3 \cdot (0,7 \cdot 28000000 \cdot 0,04166)}$$

$$\Delta_3 = 1,043 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

m) Novo momento na base do pilar

$$M_5 = M_4 + P_d \cdot \Delta_3$$

$$M_5 = 408,175 + (10000 \cdot 1,4) \cdot 1,043 \cdot 10^{-5}$$

$$M_5 = 408,321 \text{ kN.m}$$

Erro:

$$e = M_5 - M_4 = 408,321 - 408,175 = 0,146 \text{ kN.m (0,0358\%)}$$

n) Quarta força horizontal fictícia

$$F_{f4,d} \cdot l = P_d \cdot \Delta_3$$

$$F_{f4} \cdot 1,4 \cdot 5 = 10000 \cdot 1,4 \cdot 1,043 \cdot 10^{-5}$$

$$F_{f4} = \frac{10000 \cdot 1,4 \cdot 1,043 \cdot 10^{-5}}{1,4 \cdot 5}$$

$$F_{f4} = 0,021 \text{ kN}$$

o) Deslocamento horizontal devido à quarta força horizontal fictícia

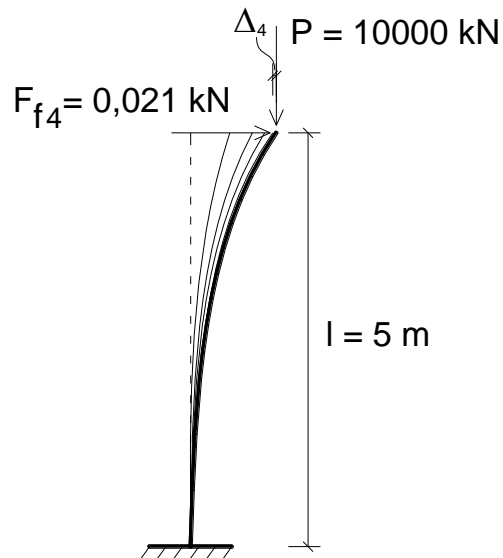


Figura 3.12. Deslocamento horizontal (Δ_4).

Cálculo do deslocamento indicado na figura 3.12:

$$\Delta_4 = \frac{F_{f4,d} \cdot l^3}{3(0,7E_{ci}I_{c,pil})} = \frac{(0,0021 \cdot 1,4) \cdot 5^3}{3 \cdot (0,7 \cdot 2800000 \cdot 0,04166)}$$

$$\Delta_4 = 1,50 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

p) Novo momento na base do pilar

$$M_6 = M_5 + P_d \cdot \Delta_4$$

$$M_6 = 408,321 + (10000 \cdot 1,4) \cdot 1,50 \cdot 10^{-6}$$

$$M_6 = 408,342 \text{ kN.m}$$

Erro:

$$e = M_6 - M_5 = 408,342 - 408,321 = 0,021 \text{ kN.m (0,005\%)}$$

Como dito anteriormente, seriam feitas iterações até que o valor do erro fosse em torno de 0,01% do momento da iteração anterior. Portanto, a última iteração será esta, na qual se tem um erro de apenas 0,005%. Sendo assim, considera-se $M_6 = 408,342 \text{ kN.m}$ o valor final do momento na base do pilar, obtido pelo processo P-Delta.

3.2.2 ANÁLISE PELO MÉTODO SIMPLIFICADO DO Gama-z

O cálculo será feito com base nos dados indicados na figura 3.6.

a) Deslocamento horizontal devido à ação horizontal (F)

$$\Delta = \frac{F_d \cdot l^3}{3 \cdot (EI)_{sec}} = \frac{F_d \cdot l^3}{3(0,7E_{ci}I_{c,pil})} = \frac{(50 \cdot 1,4) \cdot 5^3}{3 \cdot (0,7 \cdot 28000000 \cdot 0,04166)}$$

$$\Delta = 3,572 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

b) Cálculo do Gama-z

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}}$$

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{P_d \cdot \Delta}{F_d \cdot l}} = \frac{1}{1 - \frac{(10000 \cdot 1,4) \cdot 3,572 \cdot 10^{-3}}{(50 \cdot 1,4) \cdot 5}} = \frac{1}{1 - 0,143}$$

$$\gamma_z = 1,167$$

c) Majoração do esforço horizontal com $0,95 \gamma_z$

Segundo o item 15.7.2 da NBR 6118:2014, uma solução aproximada para a determinação dos esforços finais (1ª ordem + 2ª ordem) consiste em multiplicar os esforços horizontais da combinação de carregamento considerada por $0,95 \cdot \gamma_z$, sendo esse processo válido somente para $\gamma_z \leq 1,3$. Para este caso, será majorada diretamente a ação F , por ser a única ação horizontal.

$$F_{maj} = F \cdot (0,95 \cdot \gamma_z)$$

$$F_{maj} = 50 \cdot (0,95 \cdot 1,167)$$

$$F_{maj} = 55,43 \text{ kN}$$

Após majorar a ação horizontal, calcula-se o momento na base do pilar em sua posição indeformada, ou seja, em sua posição original, sem consideração dos deslocamentos horizontais, como mostrado na figura 3.13. É importante lembrar que esse novo momento na base já considera os efeitos de 2ª ordem.

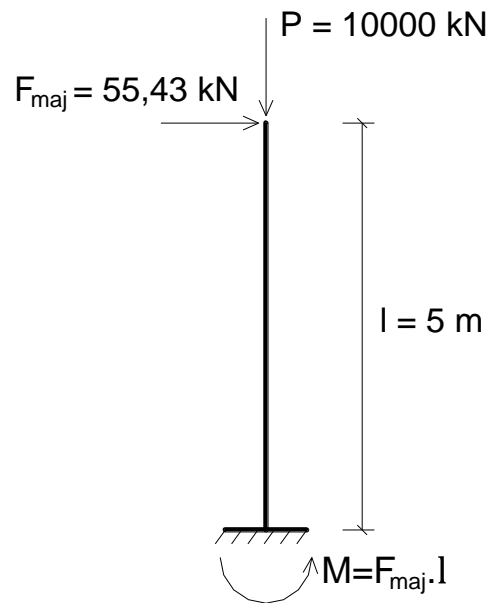


Figura 3.13. Pilar submetido à ação horizontal, majorada por $0,95 \cdot \gamma_z$, e à ação vertical.

d) Momento na base do pilar obtido com $0,95 \cdot \gamma_z$

$$M = F_{maj,d} \cdot l$$

$$M = (55,43 \cdot 1,4) \cdot 5$$

$$M = 388,01 \text{ kN.m}$$

Se em vez de $0,95 \cdot \gamma_z$ fosse utilizado o valor integral γ_z para majorar a ação horizontal, obter-se-ia:

$$F_{maj} = F \cdot (\gamma_z)$$

$$F_{maj} = 50 \cdot (1,167)$$

$$F_{maj} = 58,35 \text{ kN} \text{ (Figura 3.14)}$$

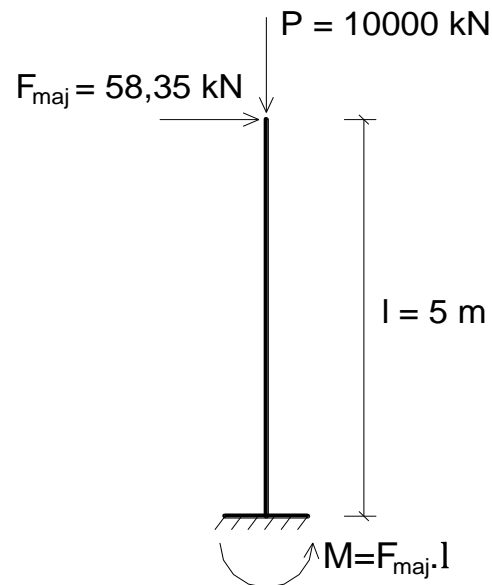


Figura 3.14. Pilar submetido à ação horizontal, majorada por γ_z , e à ação vertical.

e) Momento na base do pilar relativo ao valor integral γ_z

$$M = F_{maj,d} \cdot l$$

$$M = (58,35 \cdot 1,4) \cdot 5$$

$$M = 408,45 \text{ kN.m}$$

3.2.3 COMPARAÇÃO ENTRE O PROCESSO P-Delta E O Gama-z

Este exemplo foi utilizado apenas para mostrar os conceitos do processo P-Delta e do Gama-z, de uma forma simples e didática.

Não se pode esquecer que a NBR 6118:2014 prescreve que, para utilização do coeficiente Gama-z em edificações, são necessários no mínimo quatro pavimentos.

No exemplo, pode-se observar que o momento obtido na base do pilar utilizando-se o P-Delta ($408,34 \text{ kN.m}$) ficou bem próximo do relativo ao valor integral do Gama-z ($408,45 \text{ kN.m}$).

O resultado correspondente a $0,95\gamma_z$ ($388,01 \text{ kN.m}$), como permite a Norma, foi aproximadamente 5% menor que o obtido com o P-Delta.

Lima (2001) também percebeu que, na média, os esforços de segunda ordem obtidos com $0,95\gamma_z$ se afastam dos obtidos com o P-Delta, enquanto que, utilizando-se o valor integral de γ_z , os esforços de segunda ordem praticamente coincidem com os relativos ao processo P-Delta. Carmo (1995) e Pinto (1997) também chegaram à mesma conclusão.

Vale ressaltar, como já foi comentado no capítulo 2, para a dedução do coeficiente Gama-z, que se considera que os acréscimos de momento a cada iteração diminuem segundo uma progressão geométrica de razão r .

Com este simples exemplo calculado pelo P-Delta, pode-se perceber que realmente essa hipótese se verifica. A partir da tabela 3.1, verifica-se que os acréscimos de momento constituem uma progressão geométrica de razão $r \cong 0,143$:

Tabela 3.1. Momentos obtidos pelo processo P-Delta.

Momentos em kN.m obtidos pelo processo P-Delta					
M₁	M₂	M₃	M₄	M₅	M₆
350	400,008	407,154	408,175	408,321	408,342

$$r = \frac{\Delta M_1}{M_1} = \frac{M_2 - M_1}{M_1} = \frac{400,008 - 350}{350} = \frac{50,008}{350} \cong 0,143$$

$$r = \frac{\Delta M_2}{\Delta M_1} = \frac{M_3 - M_2}{M_2 - M_1} = \frac{407,154 - 400,008}{400,008 - 350} = \frac{7,146}{50,008} \cong 0,143$$

$$r = \frac{\Delta M_3}{\Delta M_2} = \frac{M_4 - M_3}{M_3 - M_2} = \frac{408,175 - 407,154}{407,154 - 400,008} = \frac{1,021}{7,146} \cong 0,143$$

$$r = \frac{\Delta M_4}{\Delta M_3} = \frac{M_5 - M_4}{M_4 - M_3} = \frac{408,321 - 408,175}{408,175 - 407,154} = \frac{0,146}{1,021} \cong 0,143$$

$$r = \frac{\Delta M_5}{\Delta M_4} = \frac{M_6 - M_5}{M_5 - M_4} = \frac{408,342 - 408,321}{408,321 - 408,175} = \frac{0,021}{0,146} \cong 0,143$$

3.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE O PROCESSO P-DELTA NO SOFTWARE TQS

O processo P-Delta que está inserido no Sistema CAD/TQS surgiu de um trabalho de Medeiros e França (1989), o qual analisa a não-linearidade geométrica em pórticos planos.

Na verdade, no Sistema TQS não se trata do tradicional P-Delta descrito no item 3.1, mas sim de um processo numérico mais rigoroso, também iterativo, em que se fazem sucessivas correções na matriz de rigidez. Portanto, mesmo sendo mais refinado, foi mantido o nome de processo P-Delta. Sabe-se também que não existe um único processo com esse nome na literatura técnica, como já foi comentado na introdução deste capítulo.

Foram adotadas algumas hipóteses para o módulo Não Linear Geométrico (NLG) de pórticos tridimensionais do Sistema CAD/TQS. A hipótese cinemática usada para a análise do problema estrutural de flexão composta de barras prismáticas é a de Navier-Bernoulli, na qual se admite que seções planas e normais ao eixo da barra antes da deformação permanecem planas e normais ao eixo após a deformação, e com isso os deslocamentos da barra podem ser obtidos apenas pelos deslocamentos do seu eixo. Admite-se também que o material da barra é elástico linear (domínio de pequenas deformações), e que foi adotada a teoria de rotações moderadas, em que a rotação é da ordem de grandeza da raiz quadrada da deformação específica.

Para as equações de equilíbrio, usa-se o princípio de minimização da energia potencial total e o método dos elementos finitos como ferramenta de discretização (representação do modelo mecânico, protótipo da estrutura real, por pontos, que ligados geram os elementos finitos, que permitem obter nesses pontos os esforços, tensões, deformações e deslocamentos) (MEDEIROS, 1999).

Para uma análise linear, sabe-se que as forças aplicadas (R) se relacionam com os deslocamentos (r) através de uma matriz de rigidez (K) que independe dos deslocamentos, ou seja, o sistema de equações pode ser colocado da seguinte maneira: $[K \cdot r = R]$. Já para a análise não-linear, as forças aplicadas (R) se relacionam com os deslocamentos (r) através de uma matriz de rigidez que depende dos deslocamentos, ou seja: $[K(r) \cdot r = R]$.

O módulo NLG utiliza a matriz $K(r)$ como sendo a matriz de rigidez secante. Portanto o sistema não-linear pode ser representado por: $[K_s(r) \cdot r = R]$. Essa matriz pode corresponder à soma de três parcelas, ou de apenas duas. São elas:

$$K_s = K_e + K_g + K_l \quad \text{ou} \quad K_s = K_e + K_g$$

K_s é a matriz secante que relaciona as forças aos deslocamentos;

K_e é a clássica matriz de rigidez elástica linear;

K_g é a matriz de rigidez geométrica, que leva em conta a interação da força axial com o momento fletor na barra;

K_l expressa as forças axiais decorrentes dos deslocamentos nodais perpendiculares ao eixo da barra (MEDEIROS, 1999).

A resolução de sistemas não-lineares requer um procedimento iterativo, fundamentalmente baseado em tentativa e correção do erro sobre a estimativa obtida, e há essencialmente duas estratégias diferentes de resolução iterativa: uma dita direta, ou secante, e outra tangente, baseada no Método de Newton. A estratégia *incremental-iterativa* é também chamada de método de Newton-Raphson. O nome incremental surge quando o carregamento total não é aplicado de uma única vez, sendo dividido em incrementos de carga, ou seja, etapas de carga, até que se chegue ao carregamento total (PROENÇA, 2010).

O método empregado no módulo NLG é o de Newton-Raphson modificado, pois é utilizada a matriz de rigidez elástica como a matriz secante e considera-se o vetor força em apenas um incremento.

Como apresentado anteriormente, a matriz secante pode ser composta por três parcelas ou por apenas duas. A que pode ser desconsiderada é a parcela K_l , pois existem situações onde a sua contribuição tende a enrijecer fortemente a estrutura. Nesses casos, embora a estrutura possa ser estável, o algoritmo de solução pode mostrar-se ineficiente na determinação da resposta da estrutura (MEDEIROS, 1999).

No Sistema CAD/TQS a consideração dessa parcela K_l da matriz de rigidez secante pode ser ativada ou não: fica a cargo do engenheiro projetista. Por *default*, ela é desativada.

Mais informações sobre o programa podem ser encontradas em Medeiros e França (1989).

No Sistema TQS há dois tipos de análise: o P-Delta convencional e o P-Delta de dois passos. Para que a diferença entre essas análises seja bem compreendida é necessário que se saiba antes qual a influência que os efeitos construtivos podem trazer para a análise estrutural, pois a diferença entre elas está baseada nesse conceito.

A estrutura é construída por etapas, pavimento por pavimento, até que se chegue à cobertura. A cada pavimento concretado, os pilares se deformam axialmente, ou seja, encurtam em relação à altura, e esse pequeno encurtamento é nivelado horizontalmente para que se dê continuidade à construção. Portanto, esse nivelamento é feito após a concretagem de cada pavimento.

Na modelagem do pórtico tridimensional, não existe esse nivelamento que é feito na obra. O carregamento é aplicado no pórtico por inteiro, de uma só vez, o que causa a deformação axial dos pilares e a alteração do diagrama de momentos fletores, principalmente nos andares superiores, podendo até inverter o sinal nos apoios internos, tornando-se positivos, como pode ser visto na figura 3.15-(a). Na realidade isso não acontece, pois na obra esses encurtamentos são nivelados pavimento por pavimento, e o diagrama final tem a forma indicada na figura 3.15-(b). Agora que já se sabe como é o diagrama real, surge a pergunta: como corrigir o diagrama de momentos fletores da figura 3.15-(a)?

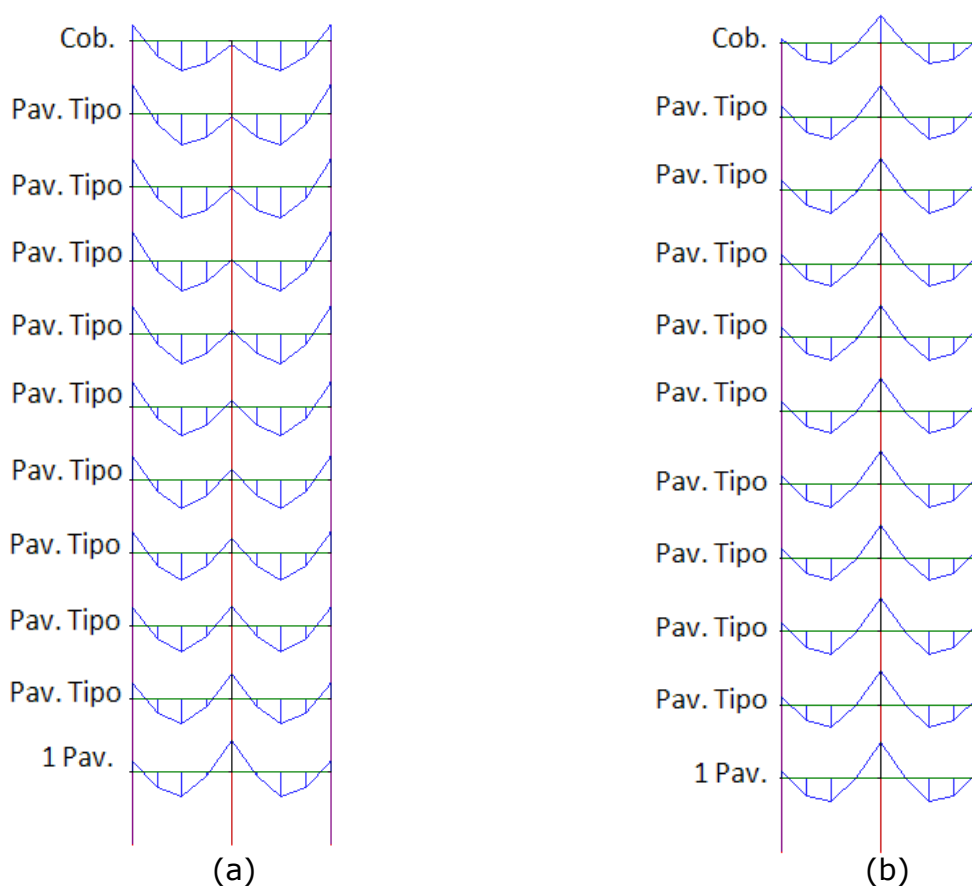


Figura 3.15. Vista do pórtico plano (a) com rigidez real e (b) com rigidez aumentada.

Um artifício utilizado pelos sistemas computacionais para levar em conta os efeitos construtivos e conseqüentemente corrigir esses diagramas de momentos fletores é aumentar a área da seção transversal dos pilares, fazendo com que fiquem com sua rigidez aumentada. Deve-se deixar claro que esse aumento é exclusivo para a análise estrutural, pois a dimensão real dos pilares não será alterada. No Sistema CAD/TQS há um fator chamado MULAXI que é o responsável pelo aumento da área dos pilares. No Apêndice A é mostrado onde fica esse critério e como ativá-lo.

A diferença entre os dois tipos de análise está relacionada à consideração dos efeitos construtivos. Os efeitos de 2ª ordem obtidos por meio do processo P-Delta são determinados a partir da aplicação das ações verticais e horizontais simultaneamente. Portanto, na análise P-Delta convencional, quando se utiliza o fator $MULAXI > 1$ para considerar os efeitos construtivos, o deslocamento da estrutura perante as ações horizontais pode ficar comprometido, ou seja, como ao considerar o fator MULAXI a área do pilar é majorada, os deslocamentos horizontais serão menores que os reais, o que afeta diretamente o resultado da análise.

Para solucionar esse problema, o Sistema CAD/TQS disponibilizou uma nova análise chamada P-Delta de dois passos. No primeiro passo, são aplicadas somente as ações verticais, e é realizada uma análise linear da estrutura, sem iterações, com a área dos pilares aumentada para contemplar os efeitos construtivos. Nessa etapa, são armazenados a distribuição de forças normais necessárias para montar a matriz de rigidez geométrica e os esforços nos elementos estruturais vigas e pilares.

No segundo passo são aplicadas somente as ações horizontais e é realizada uma análise não-linear da estrutura, de forma iterativa, sem o aumento da área dos pilares. Na primeira iteração, são consideradas as deformações obtidas no primeiro passo (matriz de rigidez geométrica do primeiro passo). Nas iterações seguintes, são feitas sucessivas correções dessa matriz, com os acréscimos de esforços normais provocados pelas ações horizontais. Esse processo é repetido até a obtenção do equilíbrio final da estrutura.

Os deslocamentos nodais, os esforços nas barras e as reações de apoio (1ª ordem + 2ª ordem) são a somatória das parcelas obtidas nos dois passos (TQS INFORMÁTICA, 2009).

Vale ressaltar que na análise aproximada via γ_z , os esforços totais na estrutura (1ª ordem + 2ª ordem) são calculados a partir de uma combinação linear de casos de carregamentos verticais e horizontais, por isso não se tem o mesmo problema da análise P-Delta convencional.

Como já foi comentado no capítulo 2, o γ_z , além de ser um coeficiente que permite estimar os esforços de segunda ordem, ele avalia a estabilidade do edifício. Já o com processo P-Delta, por ser uma análise não-linear, obtêm-se esforços finais que já consideram os efeitos da não-linearidade geométrica (2ª ordem), e a avaliação da estabilidade global é realizada pós-análise. Para esta avaliação foi então criado um coeficiente $RM2M1$, que representa a intensidade dos esforços de segunda ordem em relação aos de primeira, e que é dado por:

$$RM2M1 = 1 + \frac{M_2}{M_1}$$

M_1 é o momento das forças horizontais em relação à base do edifício;

M_2 é a somatória das forças verticais multiplicadas pelo deslocamento dos nós da estrutura sob ação das forças horizontais, resultante do cálculo de P-Delta em uma combinação não-linear (TQS INFORMÁTICA, 2009).

4 TÓPICOS RELACIONADOS À ESTABILIDADE

Neste capítulo serão comentados alguns tópicos que estão relacionados à estabilidade, como a relação entre os coeficientes α e γ_z , em que, a partir de α , se obtém γ_z . Também serão feitos alguns comentários sobre os fatores que tem grande influência na estabilidade de um edifício.

4.1 RELAÇÕES ENTRE OS COEFICIENTES α E γ_z

Carmo (1995), após estudar vários edifícios, obteve uma nuvem de pontos que possibilitaram correlacionar o parâmetro α e o coeficiente γ_z através de uma equação cúbica.

E qual a vantagem de se correlacionar esses dois coeficientes? Hoje em dia, com a evolução da informática, há softwares de análise estrutural muito eficientes, em que se obtém facilmente os valores para γ_z , além de se ter a possibilidade de fazer análises não-lineares geométricas de uma maneira mais refinada. Com tudo isso, essa correlação pode deixar de ter grande importância, mas no fim do século passado foi uma descoberta que poderia simplificar e agilizar bastante o trabalho dos projetistas, pois muitos deles já possuíam rotinas próprias de cálculo em que o valor do parâmetro α já era obtido, e com essa correlação não seria mais necessário criar uma nova rotina para o cálculo do γ_z , o que em parte facilitaria a vida dos projetistas.

O objetivo principal de se achar essa correlação, obtendo-se γ_z a partir de valores de α , é que com o parâmetro α só é possível se fazer uma avaliação da estabilidade do edifício, classificando-o como de nós fixos ou móveis. Com o parâmetro γ_z , além de ser possível a mesma avaliação, pode-se também estimar os esforços de segunda ordem. Lembra-se que o parâmetro α surgiu em 1967, e o γ_z , em 1991. Antes dessa época era muito difícil realizar uma análise de segunda ordem, pois isto era muito trabalhoso e o computador não estava acessível como nos dias atuais.

Aí pergunta-se: como os engenheiros projetavam as estruturas de nós móveis antes do parâmetro γ_z e do avanço da informática?

Simplesmente não projetavam. Os engenheiros de antigamente sempre concebiam as estruturas já pensando em uma maneira de torná-las de nós fixos, para que os efeitos de segunda ordem pudessem ser desprezados.

Já era esperada a existência de uma correlação, como por exemplo a indicada na figura 4.1, uma vez que os dois coeficientes foram deduzidos considerando a deformabilidade ao se estabelecer o equilíbrio da estrutura, ou seja, o equilíbrio foi estudado na posição deslocada.

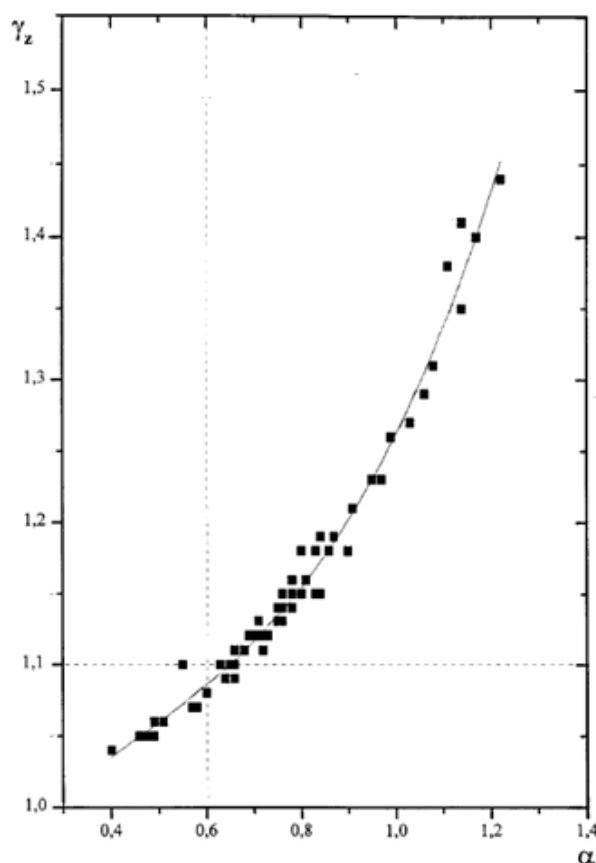


Figura 4.1. Relação entre α e γ_z para edifícios de concreto armado.

Fonte: CARMO (1995).

Através da nuvem de pontos indicada na figura 1, foi possível ajustar uma equação cúbica relacionando os dois coeficientes:

$$\gamma_z = 0,90 + 0,52 \alpha - 0,62 \alpha^2 + 0,46 \alpha^3$$

Porém Corrêa e Ramalho (1995) obtiveram uma equação mais simples, sendo ela quadrática:

$$\gamma_z = 1,10 - 0,33 \alpha + 0,50 \alpha^2$$

Essas duas relações entre α e γ_z foram obtidas para edifícios de concreto armado. Campoó, Corrêa e Ramalho (2005) estenderam o estudo para edifícios de alvenaria estrutural e obtiveram outra nuvem de pontos, relacionando α e γ_z , como mostrado na figura 4.2.

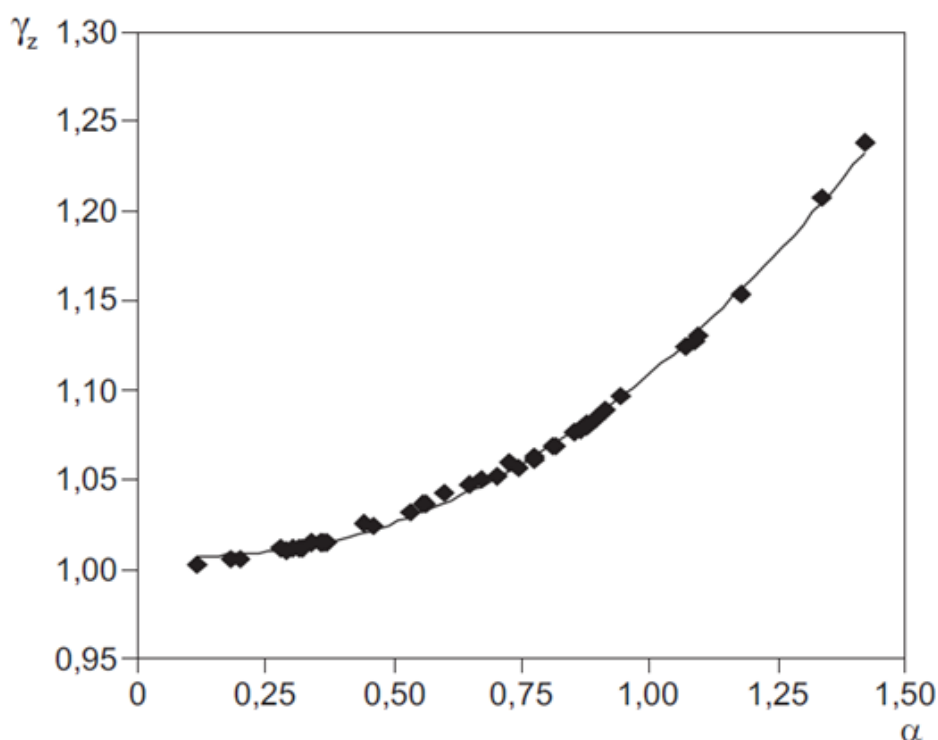


Figura 4.2. Relação entre α e γ_z para edifícios de alvenaria estrutural.

Fonte: CAMPOÓ, CORRÊA e RAMALHO (2005).

A partir dessa nuvem de pontos também foi possível ajustar uma curva relativa a uma equação quadrática:

$$\gamma_z = 1,0103 - 0,0379 \alpha + 0,137 \alpha^2$$

Na tabela 4.1, mostra-se uma comparação entre as três correlações obtidas. A análise foi feita no intervalo $0,20 \leq \alpha \leq 1,30$. Na primeira coluna mostram-se os valores para α , na segunda, os valores de γ_z para a correlação de Carmo (1995),

na terceira, os valores de γ_z para a correlação de Corrêa (1995), na quarta, os valores de γ_z para a correlação de Campoó (2005) e na última, uma diferença percentual entre as correlações de Corrêa e Carmo, por se tratarem de formulações para edifícios de concreto armado, sendo a de Carmo cúbica e a de Corrêa quadrática.

Tabela 4.1. Tabela comparativa entre as três correlações de α e γ_z .

Alfa	COEFICIENTE GAMA-Z			Diferença entre Corrêa e Carmo (%)
	Carmo(1995)	Corrêa (1995)	Campoó (2005)	
0,20	0,983	1,054	1,008	7,24
0,25	0,998	1,049	1,009	5,04
0,30	1,013	1,046	1,011	3,30
0,35	1,026	1,046	1,014	1,95
0,40	1,038	1,048	1,017	0,94
0,45	1,050	1,053	1,021	0,23
0,50	1,063	1,060	1,026	-0,24
0,55	1,075	1,070	1,031	-0,49
0,60	1,088	1,082	1,037	-0,57
0,65	1,102	1,097	1,044	-0,51
0,70	1,118	1,114	1,051	-0,36
0,75	1,135	1,134	1,059	-0,14
0,80	1,155	1,156	1,068	0,11
0,85	1,177	1,181	1,077	0,36
0,90	1,201	1,208	1,087	0,57
0,95	1,229	1,238	1,098	0,72
1,00	1,260	1,270	1,109	0,79
1,05	1,295	1,305	1,122	0,76
1,10	1,334	1,342	1,134	0,60
1,15	1,378	1,382	1,148	0,30
1,20	1,426	1,424	1,162	-0,15
1,25	1,480	1,469	1,177	-0,74
1,30	1,539	1,516	1,193	-1,48

Comparando-se os resultados de Corrêa (1995) e Carmo (1995), na última coluna percebe-se que para $0,20 \leq \alpha \leq 0,35$ tem-se uma diferença maior que 1%, para $0,40 \leq \alpha \leq 1,25$, menor que 1%, somente voltando a ser maior que 1% para $\alpha = 1,30$. Portanto considera-se que as duas correlações são muito próximas no intervalo $0,40 \leq \alpha \leq 1,25$. Nessa última coluna, os valores positivos representam que os valores de γ_z para a correlação de Corrêa são maiores que os de Carmo, já os negativos indicam que os de Corrêa são menores que os de Carmo.

Na tabela 4.1, também se pode observar, na linha destacada em amarelo que, para o valor de $\alpha = 0,60$, que é o limite para edifícios usuais a partir de quatro pavimentos, tem-se o valor de $\gamma_z \cong 1,1$ para as correlações de Carmo (1995) e Corrêa (1995). Já para correlação obtida por Campoó (2005), para edifícios em alvenaria, percebe-se que só se obtém o valor limite de $\gamma_z = 1,1$ quando $\alpha \cong 1,0$. Somente a partir desses valores é que as estruturas seriam classificadas como de nós móveis.

4.2 FATORES QUE INFLUENCIAM A ESTABILIDADE

Há alguns critérios de projeto que, se alterados, podem modificar o grau de instabilidade de uma estrutura, ou seja, podem aumentar ou diminuir o valor dos parâmetros de estabilidade, como os já estudados anteriormente: α , γ_z , e RM2M1.

Alguns fatores relevantes podem influenciar diretamente na estabilidade global das estruturas de edifícios: as ações atuantes, a rigidez dos elementos estruturais, possíveis redistribuições de esforços, interação solo-estrutura e o modelo estrutural adotado (também conhecido como modelo mecânico). Todos esses fatores serão comentados a seguir.

4.2.1 AÇÕES ATUANTES NA ESTRUTURA

Têm-se basicamente dois tipos de ações que atuam na estrutura: as ações verticais e as horizontais. Tais ações serão comentadas a seguir, com relação aos efeitos que elas podem causar na estabilidade de um edifício.

4.2.1.1 Ações horizontais

A estabilidade de um edifício independe da intensidade da ação horizontal, por exemplo, o vento. A velocidade pode ser de 30 m/s , 40 m/s ou 50 m/s , o que não altera em nada a estabilidade, ou seja, se resultar um $\gamma_z = 1,15$ para um edifício analisado com velocidade do vento igual a 30 m/s , por exemplo, para uma análise com 50 m/s , o valor de γ_z deverá ser o mesmo.

Essa afirmação pode gerar algumas dúvidas, pois intuitivamente considera-se que, com o aumento da velocidade do vento, maiores serão os deslocamentos e, portanto, mais instável será a estrutura analisada, o que é errado!

4.2.1.2 Ações verticais

Ao contrário das ações horizontais, as verticais têm influência direta na estabilidade de um edifício.

Como exemplo dessas ações tem-se o peso próprio, o de revestimentos, o das alvenarias, as ações variáveis etc. Em seguida, será apresentada uma análise com o exemplo mostrado na figura 4.3.

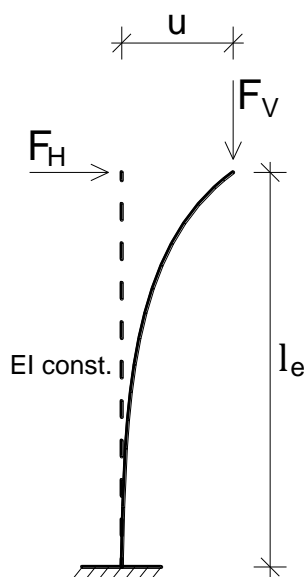


Figura 4.3. Barra vertical engastada na base e livre no topo.

Considerando-se uma ação vertical igual a $5 \cdot F_V$, por exemplo, e calculando-se as parcelas do γ_z , obtém-se:

$$\Delta M_{tot,d} = 5 \cdot F_{V,d} \cdot u \quad e \quad M_{1,tot,d} = F_{H,d} \cdot l_e \quad (4.1)$$

Calculando-se γ_z :

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} = \frac{1}{1 - \frac{5 \cdot F_{V,d} \cdot u}{F_{H,d} \cdot l_e}} \quad (4.2)$$

Pode-se observar que a relação $\frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}$ sempre será alterada, pois ao se considerar outro valor para a ação vertical F_V , alteram-se apenas os valores dos esforços de segunda ordem ($\Delta M_{tot,d}$). Os de primeira ordem ($M_{1,tot,d}$) não sofrem nenhuma alteração e, portanto, fica comprovado que as ações verticais têm influência direta na estabilidade de um edifício.

4.2.2 RIGIDEZ

A alteração da rigidez de uma estrutura tem influência direta na estabilidade global do edifício.

Para edifícios usuais, os elementos de maior importância na avaliação da estabilidade são os pilares e as vigas. As lajes influem muito pouco e, na grande maioria das vezes, sua influência pode até ser desprezada (KIMURA, 2007).

Para a questão das lajes, pode-se notar sua pequena importância na análise da estabilidade até pela recomendação da NBR 6118:2014, que sugere a redução de sua rigidez à flexão para $0,3 \cdot E_{ci} I_c$.

Para que se garanta a estabilidade global de uma edificação, é essencial que se formem pórticos pela união de vigas e pilares em direções ortogonais.

Além dos pórticos, outra possibilidade consiste na utilização também de núcleos, ou seja, pilares-parede de grandes dimensões, em geral em formato de "U", junto a escadas e elevadores, pois eles possuem grande rigidez à flexão e contribuem de maneira significativa. Porém, diversas construtoras não são a favor de se utilizarem tais pilares, pois eles são de difícil execução.

Algumas até já avisam antecipadamente o projetista que não querem esses núcleos. Mas isso não é muito grave, pois se pode alcançar bons resultados referentes à estabilidade apenas com emprego dos pórticos formados por vigas e pilares.

Para que seja verificada a influência da rigidez na estabilidade global, pode-se utilizar o mesmo exemplo da barra vertical, já utilizado no item anterior, como pode ser visto na figura 4.3.

Como já se sabe, o deslocamento horizontal no topo, devido à ação horizontal F_H , pode ser obtido pela expressão:

$$u = \frac{F_{H,d} \cdot l_e^3}{3 \cdot E \cdot I} \quad (4.3)$$

Para esta análise será alterado o valor da rigidez, que será considerada igual $0,5 \cdot E \cdot I$, metade da relativa à seção bruta. Portanto, aplicando-se na expressão (4.3), tem-se:

$$u = \frac{F_{H,d} \cdot l_e^3}{3 \cdot (0,5 \cdot E \cdot I)} = \frac{F_{H,d} \cdot l_e^3}{3 \cdot \left(\frac{E \cdot I}{2}\right)} = 2 \cdot \frac{F_{H,d} \cdot l_e^3}{3 \cdot E \cdot I} \quad (4.4)$$

Percebe-se que se obtém o dobro do deslocamento u , ou seja, $2 \cdot u$. Calculando-se as parcelas do γ_z obtém-se:

$$\Delta M_{tot,d} = F_{V,d} \cdot 2 \cdot u \quad e \quad M_{1,tot,d} = F_{H,d} \cdot l_e \quad (4.5)$$

Calculando-se γ_z :

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} = \frac{1}{1 - \frac{F_{V,d} \cdot 2 \cdot u}{F_{H,d} \cdot l_e}} \quad (4.6)$$

Para este caso, também se pode observar que a relação $\frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}$ sempre será alterada, pois, ao se modificar o valor da rigidez à flexão, altera-se apenas o valor dos deslocamentos horizontais e, conseqüentemente, dos esforços de segunda ordem ($\Delta M_{tot,d}$). Os esforços de primeira ordem ($M_{1,tot,d}$), também como no caso anterior, não sofrem nenhuma alteração. Portanto, com este simples exemplo, comprova-se que a alteração da rigidez tem influência direta na estabilidade de um edifício.

4.2.3 ANÁLISES COM REDISTRIBUIÇÃO DE ESFORÇOS

As análises que consideram redistribuição de esforços têm influência direta na estabilidade de um edifício, e isso será comprovado ao fim deste item.

A NBR 6118:2014, no item 14.5, permite basicamente cinco tipos de análise estrutural: análise linear, análise linear com redistribuição, análise plástica, análise não-linear e análise através de modelos físicos. Porém neste trabalho somente serão considerados dois deles, que se baseiam em redistribuição de esforços: a análise linear com redistribuição e a análise plástica. Esses tipos encontram-se nos itens 14.5.3 e 14.5.4, respectivamente.

Na análise linear com redistribuição, os esforços determinados em uma análise linear são redistribuídos na estrutura, para as combinações de carregamento do ELU. Ao fazer tal redistribuição de esforços, está se aproximando do comportamento real do concreto, pois na análise linear não se considera a fissuração do concreto, e ao se fazer a redistribuição, a fissuração está sendo levada em conta, pois na zona fissurada a rigidez fica reduzida. Conseqüentemente, absorve menos esforços, o que provoca o remanejamento deles para regiões de maior rigidez.

Na grande maioria dos casos, a redistribuição é feita como se indica a seguir. Por exemplo, numa ligação viga-pilar, reduz-se o momento negativo na ligação, e ao se realizar a redistribuição, aumenta-se o momento positivo no meio do vão.

Se de acordo com a NBR 6118:2014 é coerente se fazer apenas uma análise linear, por que fazer essa redistribuição? Têm-se dois motivos. Basicamente, o primeiro é que, ao se aproximar o momento negativo da ligação ao momento positivo no meio do vão, resulta em economia de material. O segundo é que, se em uma ligação viga-pilar há momentos de grande intensidade, ao se realizar o dimensionamento pode resultar alta quantidade de armadura, dificultando sua execução, às vezes até a impossibilitando. Aí, para resolver tal problema, costuma-se redistribuir esforços, reduzindo o momento negativo, conseqüentemente, reduzindo a área de armadura necessária e tornando possível a sua execução.

Mas uma observação muito importante deve ser feita: jamais se deve reduzir tal momento a ponto de anular esse esforço, pois a NBR 6118:2014 no item 14.5.3 é bem clara quando diz que nesta análise as condições de equilíbrio devem ser obrigatoriamente satisfeitas, e para que seja satisfeita tal condição, deve-se redistribuir os esforços de maneira coerente.

A NBR 6118:2014 impõe limites para esse tipo de análise, limites que são diferentes para estruturas de nós fixos e de nós móveis, sendo o limite de redução igual a 10% para estruturas de nós móveis e 25% para estruturas de nós fixos.

O motivo principal dessa diferença é o que já foi comentado no início deste item, que essa redistribuição de esforços influencia diretamente na estabilidade do edifício, pois, ao se redistribuir esforços, a tendência é deixar a estrutura menos rígida, ou seja, mais deslocável, aumentando os esforços de segunda ordem.

Por isso o limite de redução é menor para as estruturas de nós móveis, que já são estruturas menos rígidas.

A análise estrutural é denominada plástica, segundo a NBR 6118:2014, quando as não-linearidades puderem ser consideradas admitindo-se materiais de comportamento rígido-plástico perfeito ou elastoplástico perfeito.

Fontes (2005) fez comentários sobre a análise plástica, indicando que a propriedade do material de guardar deformações residuais é chamada de plasticidade, e as principais teorias envolvidas em projetos, que permitem que elementos estruturais sofram certas deformações permanentes, são a teoria das rótulas plásticas (articulações), para elementos lineares, e a teoria das charneiras plásticas (dobradiças), para elementos de superfície que trabalham como placas.

A teoria da plasticidade é pouco estudada na graduação, sendo mais considerada em cursos de pós-graduação.

Na graduação é comum estudar-se a teoria da elasticidade, na qual, ao se aplicar um carregamento em um elemento, ele se deforma de um valor δ , e se o carregamento for retirado, esse elemento volta ao seu estado inicial. Esse comportamento não ocorre na plasticidade, pois quando se retira o carregamento, o elemento não volta ao seu estado inicial, apresentando uma deformação permanente.

De acordo com Fontes (2005), a plastificação em concreto armado se dá pelo escoamento da armadura, elevando a linha neutra (para momentos positivos) e aumentando o braço de alavanca obtido em regime elástico, isso porque, com a elevação da linha neutra, a região comprimida do concreto se reduz, conseqüentemente, a resultante de tensões no concreto se aproxima da parte superior da seção, assim, aumentando o braço de alavanca.

Segundo a NBR 6118:2014, no item 14.5.4, a análise plástica de estruturas reticuladas (sistemas constituídos por barras ligadas entre si pelas suas extremidades) não pode ser adotada quando se consideram os efeitos de segunda ordem global, ou seja, não pode ser adotada para estruturas de nós móveis, pois para tais estruturas a consideração dos efeitos de segunda ordem é obrigatória.

E também quando não houver suficiente ductilidade (propriedade física dos materiais de suportar a deformação plástica, sob a ação de cargas, sem se romper ou fraturar) para que as configurações adotadas sejam atingidas.

Na análise plástica, a redistribuição de esforços pode ser feita com maior intensidade que na análise linear com redistribuição, desde que as rótulas plásticas apresentem as devidas capacidades de rotação plástica.

Segundo a NBR 6118:2014, no item 14.6.4.4, é obrigatória a verificação das rotações nas rótulas plásticas, que não podem superar a capacidade de rotação plástica das seções transversais correspondentes, ou seja, deve ser comprovado que a demanda de rotação plástica seja inferior à capacidade de rotação plástica da seção do elemento estrutural em questão. Portanto, não sendo comprovada tal condição, a estrutura possivelmente entrará em colapso.

Vale ressaltar que quanto maior for a redistribuição de esforços, ou seja, quanto maior for a redução de momentos fletores em ligações localizadas, mais próximo de uma articulação está se chegando nessas ligações.

Portanto, pode-se fazer uma analogia com estruturas de concreto pré-moldado, pois, segundo EL Debs (2000), a necessidade de realizar ligações entre os elementos constitui-se em um dos principais problemas a serem enfrentados no emprego da pré-moldagem, e tais ligações se diferenciam quanto ao tipo de vinculação em: ligação articulada, ligação semi-rígida e ligação rígida. Fazendo-se essa analogia, as ligações articuladas representariam 100% de redução de momentos, as ligações semi-rígidas representariam algo entre 0 e 100% de

redução de momentos e as ligações rígidas representariam a não redução de momentos, considerando-se a ligação 100% rígida.

Zumaeta Moncayo (2009) realizou um estudo com pórticos tridimensionais de concreto pré-moldado, avaliando a estabilidade global por meio da análise dos valores de α e γ_z . Para tal análise, variou-se o número de pavimentos e a rigidez das ligações viga-pilar, considerando-as articulada, semi-rígida e rígida. Para a variação das ligações, segundo EL Debs (2000), utilizou um parâmetro chamado de parâmetro de restrição (γ), o qual, segundo a NBR 9062:2006 (Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado), no item 5.1.2.3, é chamado de fator de restrição à rotação (α).

Quando $\gamma = 0$, está se representando uma ligação articulada, e quando $\gamma = 1$, uma ligação rígida. Portanto, γ variando entre 0 e 1 representa as ligações semi-rígidas. A forma do pavimento do pórtico analisado está mostrada na figura 4.4.

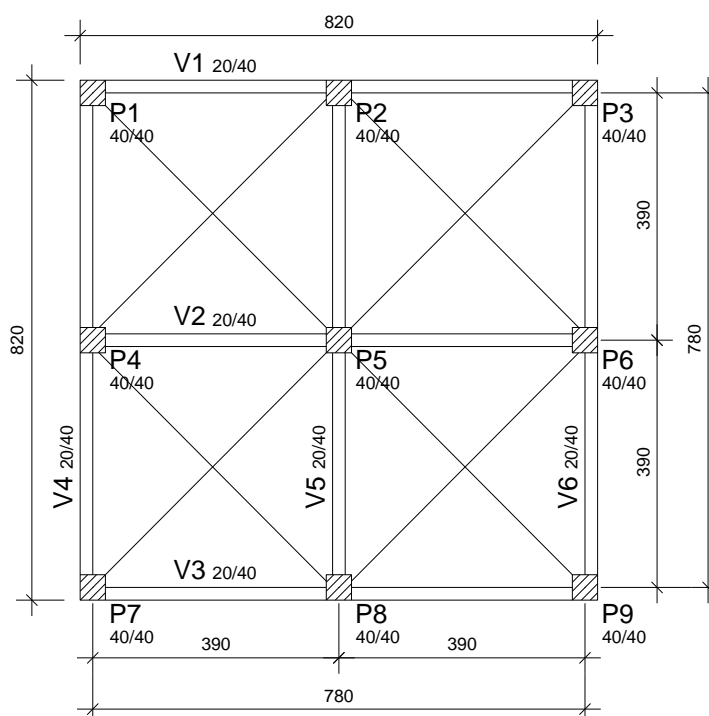


Figura 4.4. Forma do pavimento do pórtico analisado (dimensões em cm).

Para analisar a variação do número de pavimentos, foram admitidos dois pavimentos (figura 4.5-a), três, quatro, cinco e seis (figura 4.5-b).

Foram consideradas ações verticais e horizontais arbitrárias, sendo as horizontais as ações de vento.



Figura 4.5. Número de pavimentos do pórtico analisado.

Os resultados obtidos são mostrados nas figuras 4.6 e 4.7.

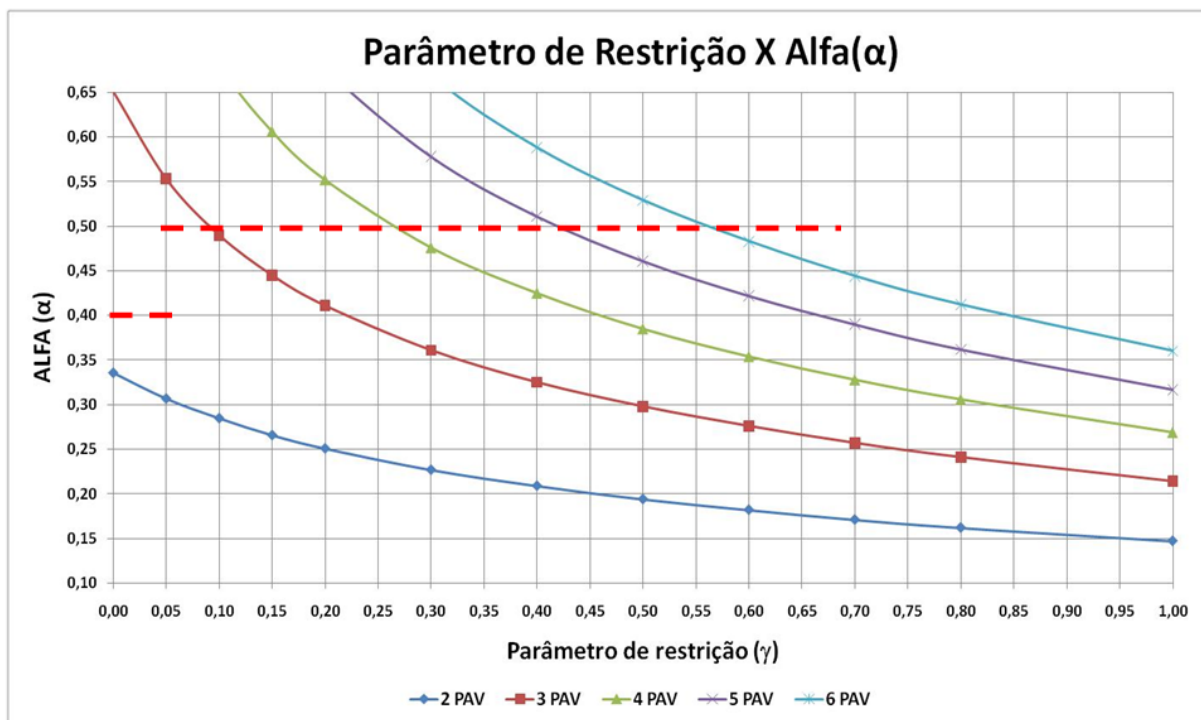


Figura 4.6. Valores de alfa obtidos para a variação das ligações.

Na figura 4.6, pode-se observar retas tracejadas em vermelho para valores de α iguais a 0,40 e 0,50, que são os limites para considerar de nós fixos as estruturas reticuladas de dois pavimentos e para a partir de três pavimentos, respectivamente. Segundo a NBR 6118:2014, no item 15.5.2. o limite de α para estruturas reticuladas a partir de quatro pavimentos é igual a 0,60, porém neste mesmo item está escrito que este limite deve ser reduzido para 0,50 quando a estrutura de contraventamento for constituída exclusivamente de pórticos, como é o caso em questão.

Observa-se também que quando $\gamma = 1$, ou seja, de acordo com a analogia, este seria o caso em que não há redução de momentos, obteve-se valores de α abaixo de 0,40 para todos os pórticos analisados. E à medida que se consideram valores para γ abaixo de 1,0, ou seja, casos em que há redução de momento, caminha-se no sentido do limite de 100% de redução, ou seja, uma articulação quando $\gamma = 0$. O valor de α aumentou de uma maneira não-linear para todos os pórticos analisados, sendo que o único que continuou abaixo do limite foi o pórtico de dois pavimentos; todos os outros ficaram bem acima do limite.

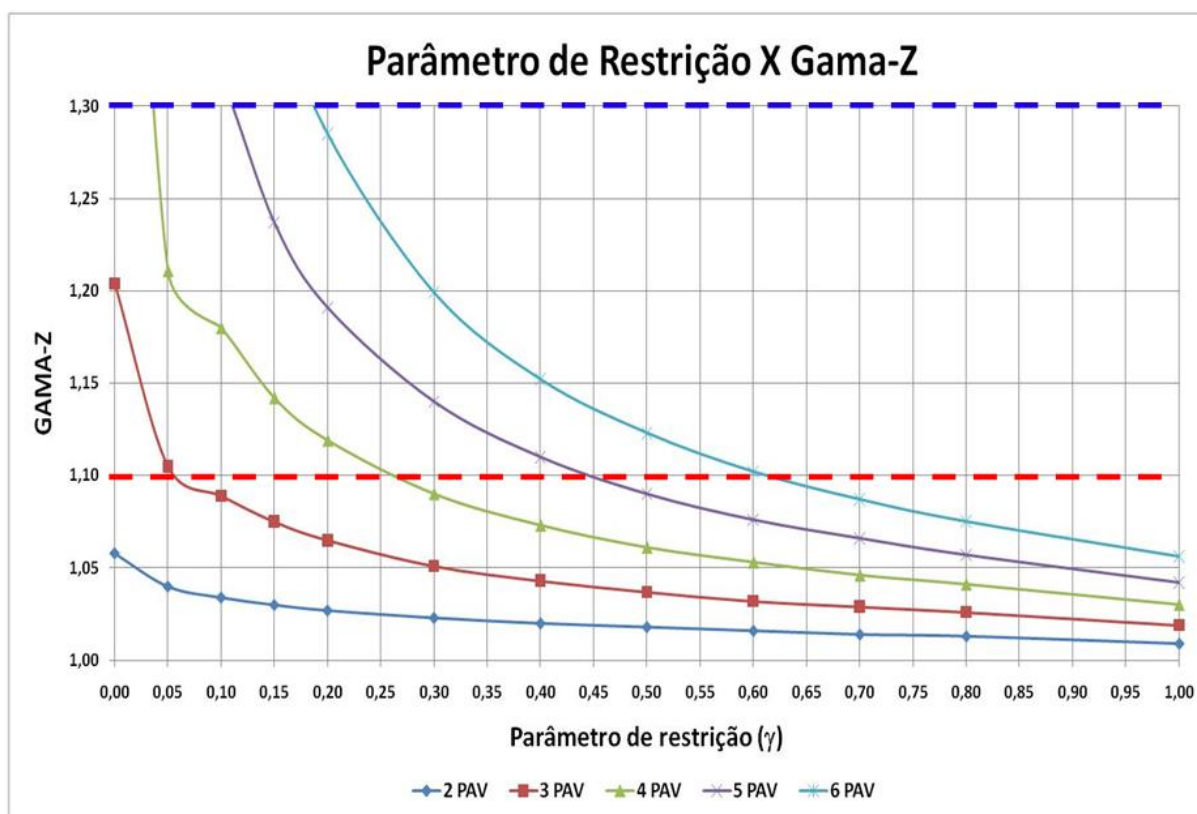


Figura 4.7. Valores de Gama-z obtidos para a variação das ligações.

Para a figura 4.7, foi obtida uma conclusão parecida. Apenas no pórtico de dois pavimentos o valor permaneceu abaixo do limite de 1,10. No de três pavimentos obteve-se um valor de aproximadamente 1,20, sendo considerado como de nós móveis, e em todos os outros foram obtidos valores bem acima do valor aceitável de 1,30. Vale ressaltar que o γ_z de acordo com a NBR 6118:2014 não pode ser utilizado para estruturas abaixo de quatro pavimentos, porém este foi apenas um exemplo com o objetivo de avaliar como as estruturas se comportam com a variação do tipo das ligações viga-pilar.

A partir da analogia com as estruturas de concreto pré-moldado, pode-se concluir com o exemplo que à medida que se reduzem os momentos negativos, com o objetivo da redistribuição de esforços, aproxima-se de uma articulação, e dessa maneira os valores de α e γ_z aumentam desproporcionalmente, ou seja, de uma maneira não-linear. Portanto, comprova-se que a redistribuição de esforços influencia diretamente na estabilidade de um edifício.

4.2.4 INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA

Quando a análise global da superestrutura (edifício) e a infraestrutura (fundação) são realizadas em conjunto, ou seja, considerando-se um corpo único e levando-se em consideração o solo em que a edificação está apoiada, tal análise é chamada de interação solo-estrutura.

Na atualidade ainda é comum considerar a análise da superestrutura separadamente da infraestrutura. Admitindo-se o edifício engastado no solo como se o este fosse um corpo extremamente rígido e que não sofra deformação, obtêm-se as reações nesses engastes e tais reações são repassadas para o engenheiro de fundações, para que ele tenha condições de realizar o projeto da infraestrutura. Porém, na realidade, o solo não se comporta dessa maneira. Ele não é um corpo indeformável, o que torna de grande importância a consideração da interação solo-estrutura, e assim levar em conta a deformabilidade da fundação. Mas esta análise não será considerada neste trabalho.

A interação solo-estrutura é uma análise complexa, sendo que Winkler, em 1867, foi o primeiro a representar o solo como um sistema de molas com resposta linear, representando de forma aproximada a citada interação.

Delalibera et al. (2005) fizeram um estudo da estabilidade global de edifícios considerando a deformabilidade da fundação e concluíram que essa deformabilidade afeta diretamente a estabilidade global. Isso ficou comprovado, pois os deslocamentos horizontais nos edifícios foram maiores e, em consequência, aumentaram os esforços de segunda ordem.

Um exemplo simples pode ser mostrado para comprovar como a consideração aproximada da deformabilidade do solo por meio de molas influencia na estabilidade global. Seja uma barra vertical apoiada sobre uma base indeformável e livre no topo, como mostrado na figura 4.8-(a), e uma barra vertical considerando-se a deformabilidade do solo por meio de uma mola, como mostrado na figura 4.8-(b). Serão admitidas as duas barras com seção retangular de 20 cm x 40 cm, sendo o lado de 40 cm na mesma direção da ação horizontal atuante, $E = 25GPa$ e a constante da mola $K = 10MN.m/rad$.

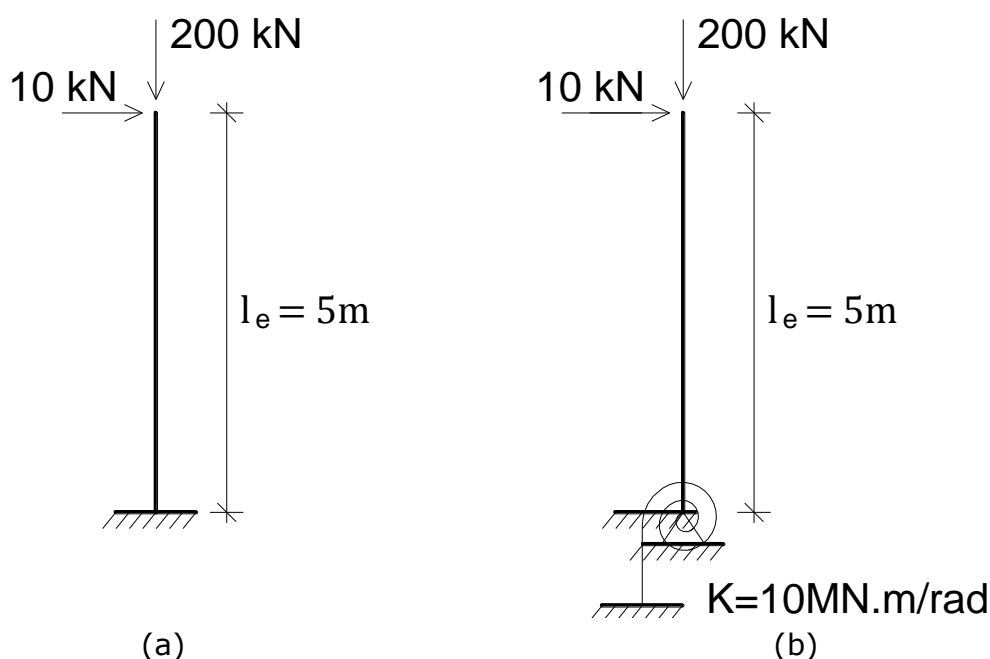


Figura 4.8. Barra vertical apoiada em base rígida e em base deformável.

O cálculo do deslocamento horizontal devido à ação horizontal (figura 4.9) na barra vertical apoiada em base rígida pode ser calculado pela mesma expressão já vista nos exemplos anteriores:

$$u_{h,h} = \frac{F_{H,d} \cdot l_e^3}{3 \cdot E \cdot I}$$

$$u_{h,h} = \frac{10 \cdot 1,4 \cdot 5^3}{3 \cdot 25 \cdot 10^6 \cdot \frac{0,20 \cdot 0,40^3}{12}} \cong 0,0219$$

$$u_{h,h} \cong 0,022 \text{ m}$$

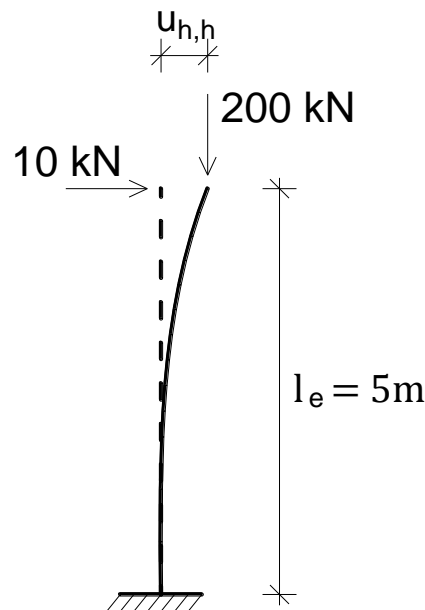


Figura 4.9. Deslocamento horizontal da barra apoiada em base rígida.

Portanto o γ_z dessa estrutura será:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}}$$

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{P_d \cdot u_{h,h}}{F_{H,d} \cdot l}}$$

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{(200 \cdot 1,4) \cdot 0,022}{(10 \cdot 1,4) \cdot 5}} = \frac{1}{1 - \frac{6,16}{70}}$$

$$\gamma_z \cong 1,096$$

O deslocamento horizontal devido à ação horizontal na barra apoiada em base deformável será o mesmo calculado para a barra apoiada em base rígida, somado a um deslocamento horizontal ($u_{h,\theta}$) gerado pela deformabilidade da base, pois essa base sofre uma certa rotação θ , como mostrado na figura 4.10.

Portando o deslocamento horizontal total ($u_{h,t}$), mostrado na figura 4.11, pode ser calculado como indicado a seguir:

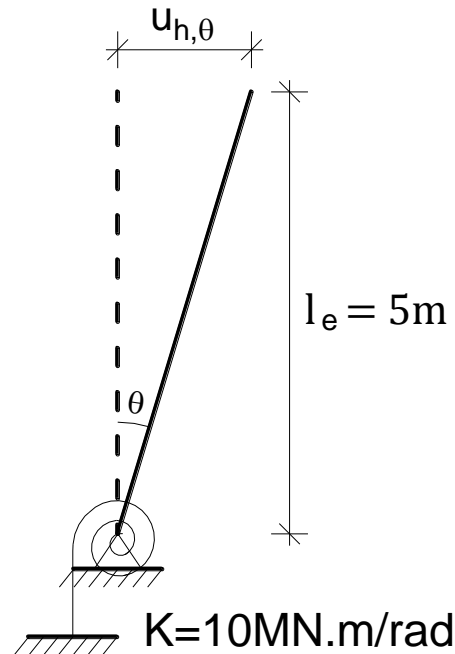


Figura 4.10. Deslocamento horizontal devido à rotação da base deformável.

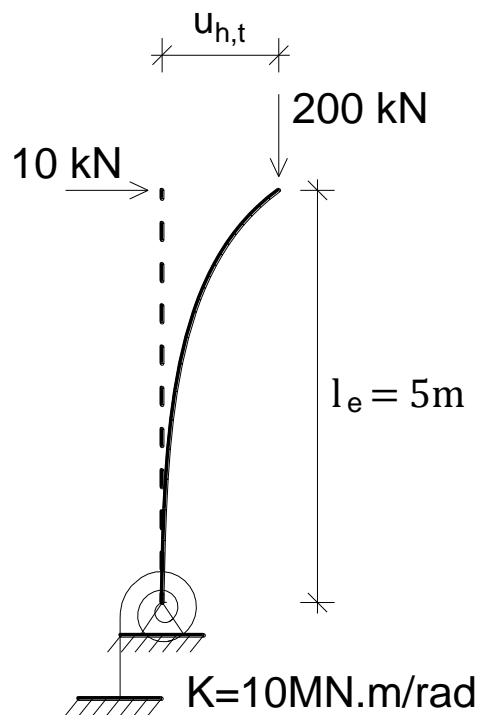


Figura 4.11. Deslocamento horizontal total

$$u_{h,t} = u_{h,h} + u_{h,\theta}$$

$$u_{h,t} = \frac{F_{H,d} \cdot l_e^3}{3 \cdot E \cdot I} + l_e \cdot tg\theta$$

$$\theta = \frac{M}{K} = \frac{F_{H,d} \cdot l_e}{K} = \frac{10 \cdot 1,4 \cdot 5}{10000} = \frac{70}{10000} = 0,007$$

Portanto:

$$u_{h,t} = 0,022 + 5 \cdot tg0,007$$

$$u_{h,t} = 0,057 \text{ m}$$

O γ_z dessa estrutura será:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}}$$

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{P_d \cdot u_{h,t}}{F_{H,d} \cdot l}}$$

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{(200 \cdot 1,4) \cdot 0,057}{(10 \cdot 1,4) \cdot 5}} = \frac{1}{1 - \frac{15,96}{70}}$$

$$\gamma_z \cong 1,295$$

Para a barra apoiada sobre base rígida obteve-se $\gamma_z \cong 1,096$, e para a apoiada sobre base deformável, $\gamma_z \cong 1,295$. Portanto percebe-se a influência da interação solo-estrutura na estabilidade global.

4.2.5 MODELO ESTRUTURAL ADOTADO

O modelo estrutural também influencia na estabilidade global do edifício. Antes de mostrar um exemplo, será feito um resumo dos principais modelos estruturais existentes na atualidade, para o cálculo de um pavimento no sistema laje/viga/pilar, mostrando as principais diferenças entre eles quanto à montagem e aos resultados obtidos. São eles: lajes isoladas e vigas contínuas, lajes isoladas e grelha, lajes e vigas como grelha equivalente, lajes e vigas pelo MEF.

Também será comentado sobre o modelo de pórtico tridimensional, utilizado para o cálculo da estrutura como um todo.

4.2.5.1 Lajes isoladas e vigas contínuas

Neste modelo cada viga é tratada de maneira independente das demais. Uma viga pode se apoiar sobre pilar ou sobre outra viga, sendo que a mais rígida serve de apoio para a menos rígida.

No cálculo das reações de apoio das lajes, essas reações são calculadas separadamente, considerando o processo das áreas baseado na teoria das charneiras plásticas, com valor aproximado da inclinação das charneiras em relação aos apoios adjacentes a cada canto. Tais reações são admitidas uniformemente distribuídas sobre as vigas que servem de apoio. Este é um modelo simplificado e deve ser evitado sempre que possível, devido às imprecisões que pode produzir.

Por exemplo, uma dessas imprecisões é relativa ao cálculo dos esforços nas lajes, pois se considera que seus apoios são suficientemente rígidos quanto ao deslocamento vertical, o que não é verdade para o caso das vigas, por exemplo, pois elas também se deformam, assim como as lajes. A distribuição de esforços entre os apoios também não condiz com a realidade. Por exemplo, em uma laje retangular apoiada em vigas com diferentes rigidezes, a distribuição de esforços nesses elementos não fica correta.

4.2.5.2 Lajes isoladas e grelha

Neste modelo cada viga não é mais tratada de maneira independente das demais. Elas são consideradas como uma grelha, ou seja, como um conjunto. Para as reações de apoio das lajes valem todas as observações relativas ao modelo anterior.

4.2.5.3 Lajes e vigas consideradas como grelha equivalente

Neste modelo todas as vigas e lajes do pavimento são tratadas como um conjunto. As vigas são representadas por barras e as lajes por um conjunto de barras. A ligação entre essas barras é chamada de nó, e ao conjunto de nós e barras denomina-se malha. Para que a grelha se comporte de maneira semelhante a uma laje, é necessário dispor a malha de uma maneira apropriada, bem como conferir a cada barra propriedades adequadas.

As forças atuantes nas lajes são lançadas como cargas pontuais nas vigas, e se tem um comportamento mais realista, pois aqui a distribuição de esforços para o exemplo da laje retangular é feito de maneira mais condizente com a realidade.

Os deslocamentos obtidos, de um modo geral, são menores que os relativos aos modelos anteriores, pois aqui se conta com a rigidez da laje, e também a laje pode se apoiar em vigas ou diretamente nos pilares, passando parte do carregamento direto para esses pilares, diferentemente dos outros modelos, onde as lajes transferiam carregamento apenas para as vigas.

4.2.5.4 Lajes e vigas pelo MEF

Neste modelo todas as vigas e lajes do pavimento são tratadas também como um conjunto, porém as vigas são representadas por barras e as lajes por placas. Cada laje é subdividida em diversas placas, e cada placa pode ter um formato qualquer, usualmente triangular ou quadrangular.

As forças atuantes nas lajes são lançadas como cargas distribuídas nas vigas. Este modelo gera resultados parecidos com os do modelo de grelha equivalente, pois aqui também as lajes fazem parte do conjunto e podem se apoiar em vigas ou diretamente nos pilares.

As cargas recebidas pelas lajes são transferidas preferencialmente para as regiões mais rígidas, tornando assim a distribuição de esforços mais condizentes com a realidade.

4.2.5.5 Pórtico tridimensional

Há também os modelos globais do edifício, ou seja, modelos estruturais para a consideração do pórtico tridimensional que é formado por vigas e pilares.

As lajes são consideradas como diafragma rígido, ou seja, um elemento extremamente rígido no seu plano, compatibilizando os deslocamentos em todos os nós do pavimento. Esse efeito, no modelo IV do Sistema TQS, é simulado de forma aproximada aumentando-se a rigidez lateral das vigas.

Para tornar a análise mais próxima do real, pode-se utilizar a flexibilização das ligações viga-pilar, ou seja, fazer a análise da ligação viga-pilar por meio de uma mola. Por isso o modelo IV, presente no Sistema CAD/TQS, é chamado de Modelo Integrado e Flexibilizado de Pórtico Espacial.

Na versão 16, surgiu um novo modelo disponível para a estrutura do edifício, o modelo VI, chamado de Modelo Flexibilizado com Lajes como Subestruturas. Diferentemente do modelo IV, no modelo VI as lajes farão parte do modelo de pórtico tridimensional.

De acordo com a TQS Informática (2010-a), no modelo IV, são criados modelos independentes de cada um dos pavimentos do edifício, que são utilizados para o dimensionamento das lajes.

Os esforços nas barras das lajes que chegam às vigas são transferidos para o modelo de pórtico espacial, onde o efeito de diafragma rígido é levado em conta de forma aproximada, como já foi apresentado.

Através desse modelo são feitas as análises globais do edifício e o dimensionamento de vigas e pilares. Vale ressaltar que a rigidez das lajes à flexão é totalmente desprezada, sendo restrita sua participação ao efeito de diafragma rígido.

No modelo VI, existe um modelo único, onde as lajes serão discretizadas e farão parte do pórtico tridimensional, calculadas com seis graus de liberdade, ou seja, toda a estrutura é calculada por um único pórtico tridimensional.

Esse modelo é o mais indicado para avaliar edificações com lajes sem vigas, pois essas lajes passarão a participar na análise da estabilidade global com o coeficiente de não-linearidade física representada de forma aproximada pelo valor 0,3, de acordo com a NBR 6118:2014.

Há muitas outras vantagens com a utilização do modelo VI, que podem ser encontradas em TQS Informática (2010-a) e TQS Informática (2010-b).

Uma observação relacionada à análise estrutural não pode deixar de ser comentada: quanto mais rígido é o elemento estrutural, mais carga ele absorve. Um exemplo simples para comprovar isso pode ser observado no item seguinte.

4.2.5.6 Exemplos

Suponha-se uma viga 01 biengastada, com seção transversal constante de 20 cm por 50 cm, submetida a uma ação uniformemente distribuída de 40 kN/m, para a qual resulta o diagrama de momentos fletores mostrado na figura 4.12. Ressalta-se que o conceito a ser visto neste exemplo é válido para as estruturas hiperestáticas. A viga biapoiada isostática, por exemplo, constitui uma exceção.

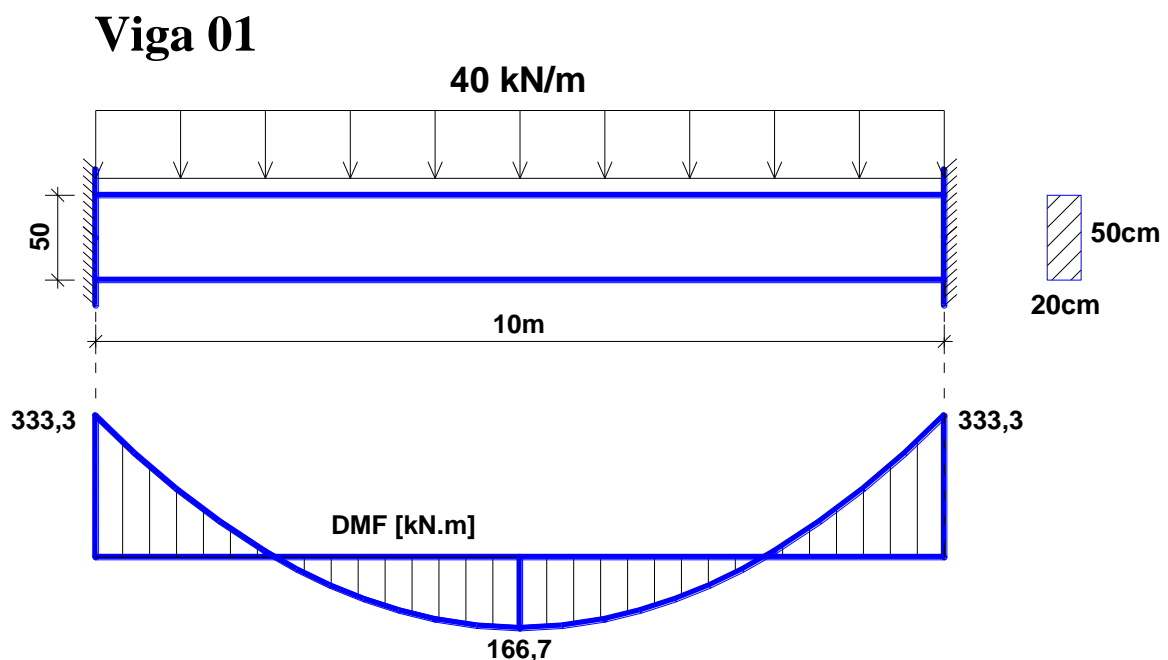


Figura 4.12. Viga com seção transversal constante.

Se a seção transversal for gradualmente reduzida do centro para as extremidades, até 20 cm por 20 cm, a rigidez diminuirá no sentido das extremidades, ou seja, a região central irá se tornar a maior seção transversal ao longo da viga, possuindo maior rigidez.

Portanto a região central irá absorver mais esforços, com o momento fletor aumentando de 166,7 kN.m para 276,8 kN.m, e o momento nas extremidades diminuindo de 333,3 kN.m para 223,2 kN.m. O novo diagrama de momentos fletores pode ser visto na figura 4.13.

Agora fazendo o inverso, ou seja, reduzindo a seção transversal das extremidades para o centro, as regiões de maior rigidez serão as extremidades.

Então o momento o fletor na região central irá diminuir, passando de 166,7 kN.m para 75,7 kN.m, e o momento nas extremidades irá aumentar, passando de 333,3 kN.m para 424,3 kN.m. O novo diagrama pode ser visualizado na figura 4.14.

Portanto, este exemplo mostra de forma clara e simples, que elementos estruturais que possuem maior rigidez absorvem mais esforços.

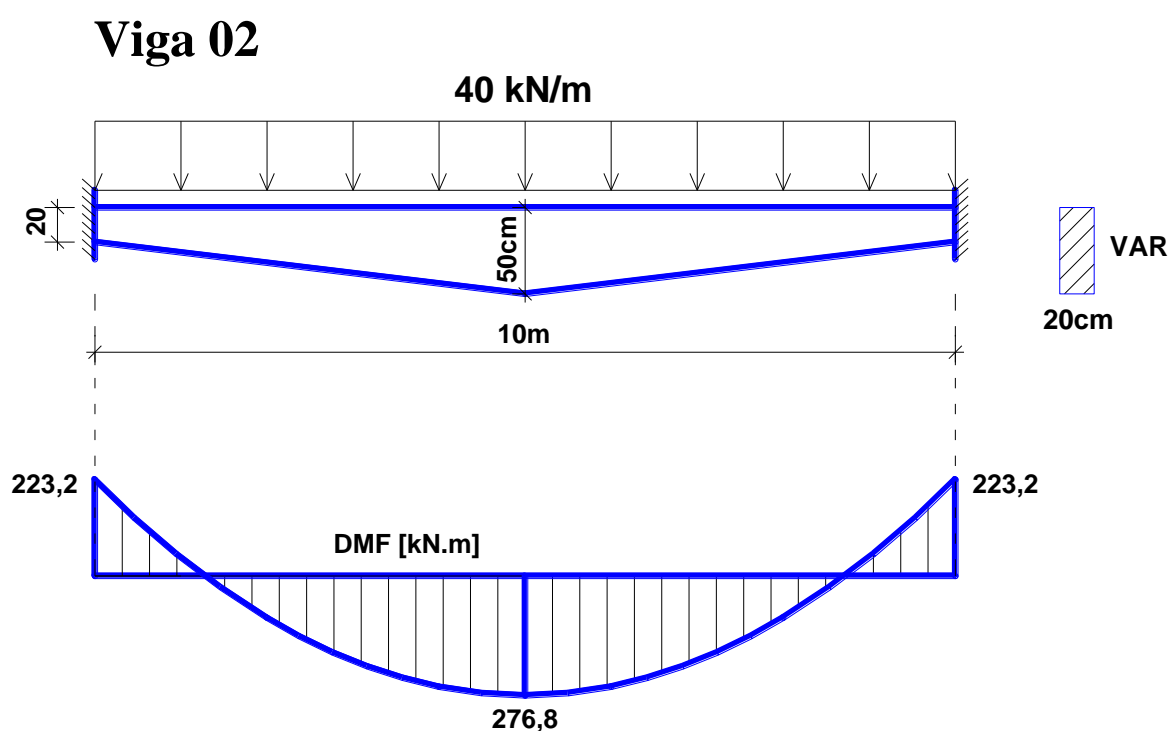


Figura 4.13. Viga com altura diminuindo do centro para as extremidades.

Viga 03

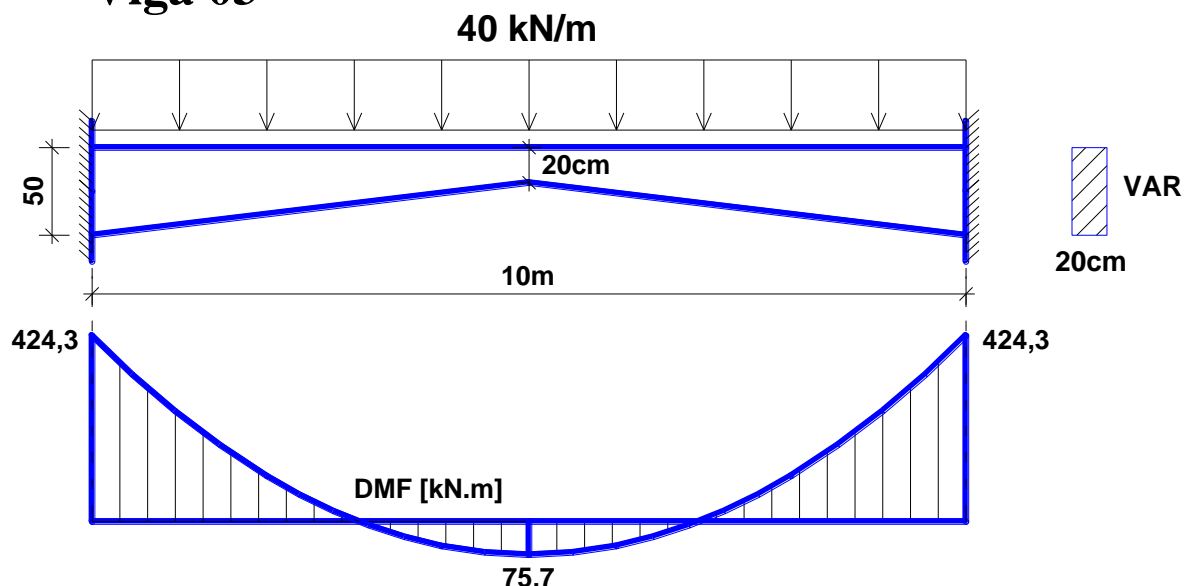


Figura 4.14. Viga com altura aumentando do centro para as extremidades.

Apresenta-se a seguir outro exemplo em que se verifica que a mudança no modelo estrutural influencia diretamente na estabilidade global do edifício.

A TQS Informática (2002) analisa a estabilidade global de um edifício hipotético considerando 10 e 15 pavimentos, variando a rigidez das ligações viga-pilar, considerando-as rígidas e semi-rígidas ou flexibilizadas (representadas por molas). A forma do pavimento do edifício analisado é mostrada nas figuras 4.15 e 4.16, onde se tem os pavimentos com nós rígidos e nós flexibilizados, respectivamente.

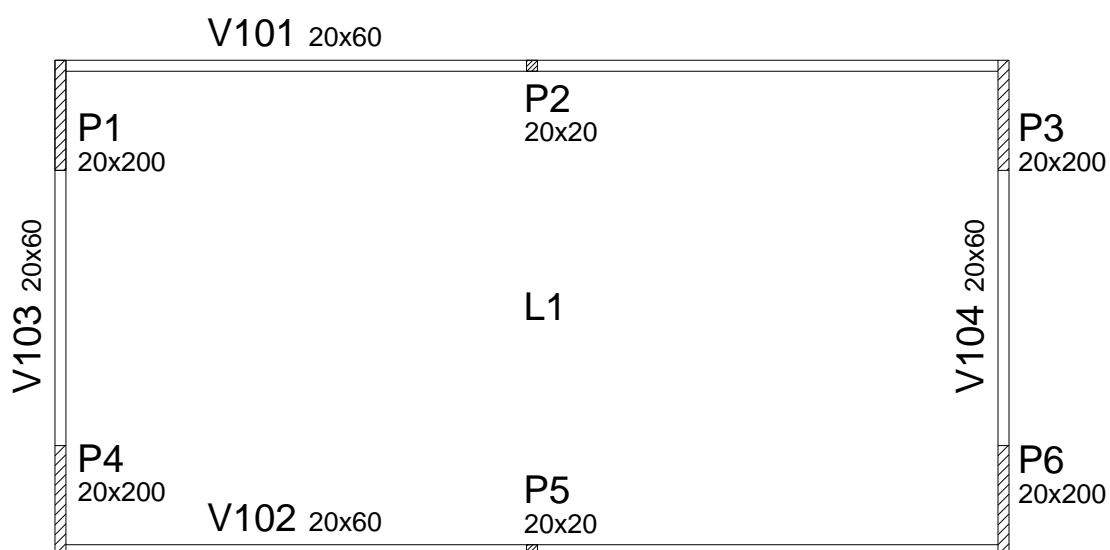


Figura 4.15. Forma do pavimento tipo com nós rígidos. Adaptada de TQS Informática (2002).

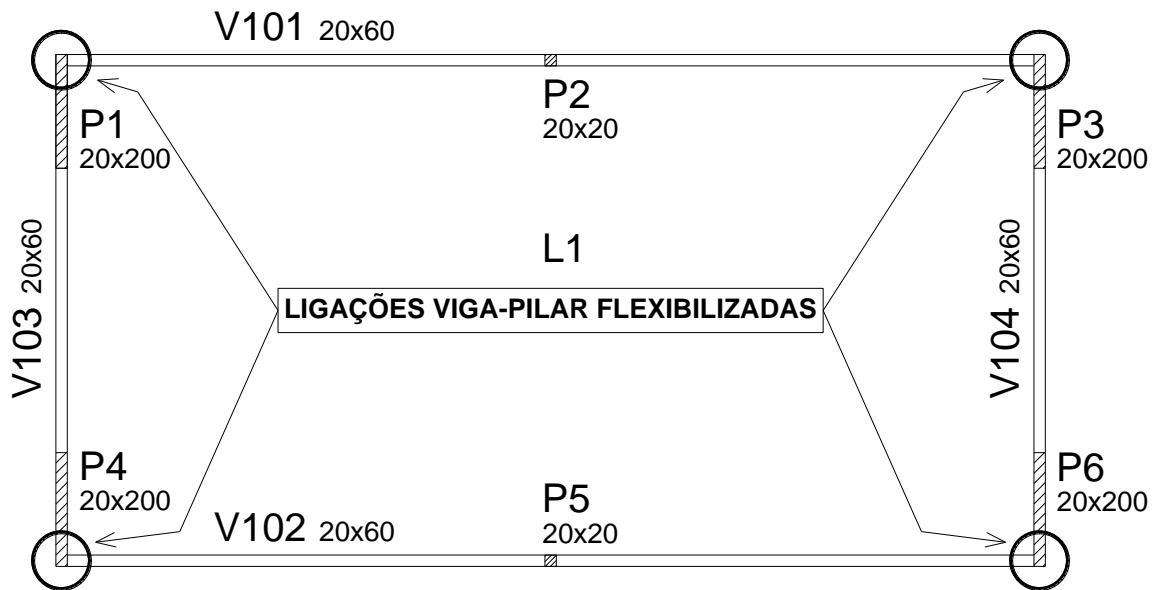


Figura 4.16. Forma do pavimento tipo com nós flexibilizados. Adaptada de TQS Informática (2002).

Considerando-se as ligações viga-pilar flexibilizadas, por meio de molas, no pórtico tridimensional, sabe-se que o comportamento da estrutura está sendo representado de uma maneira mais realista, e, portanto, é comum que cresçam os deslocamentos horizontais gerados pelas ações horizontais, aumentando, conseqüentemente, o valor de γ_z nas direções de 0° e 180° . Os resultados obtidos para a análise realizada estão mostrados na tabela 4.2.

Tabela 4.2. Comparação entre o pórtico com nós rígidos e com nós flexibilizados.

N. de Pavimentos	Nós Rígidos		Nós Flexibilizados	
	Gama-Z	Classificação	Gama-Z	Classificação
10	1,071	Nós fixos	1,150	Nós móveis
15	1,115	Nós móveis	1,266	Nós móveis

De acordo com essa tabela, analisando-se o edifício com 10 pavimentos e as ligações viga-pilar rígidas, obteve-se $\gamma_z = 1,071$ e, portanto, o edifício é classificado como de nós fixos.

Para o mesmo edifício de 10 pavimentos, considerando-se as ligações flexibilizadas, obteve-se $\gamma_z = 1,150$, sendo ele classificado como de nós móveis e, portanto, necessária a consideração dos efeitos de segunda ordem.

Já para o edifício com 15 pavimentos e ligações rígidas, obteve-se $\gamma_z = 1,115$, e para ligações flexibilizadas, $\gamma_z = 1,266$. Neste caso os dois valores de γ_z classificam a estrutura como de nós móveis, e a com nós flexibilizadas irá gerar maiores esforços de segunda ordem.

Os valores dos coeficientes elásticos considerados para as molas fazem a ligação viga-pilar ser representada com mais exatidão.

É fácil perceber intuitivamente que a seção (rigidez) dos pilares de canto, no exemplo mostrado, que efetivamente colaboram para impedir a rotação das vigas V101 e V102, é muito menor que a sua largura plena, ou seja, é muito menor que os 200 cm, pois as vigas se apoiam no canto desses pilares.

Para ficar mais claro, pode-se segurar uma folha de papel A4 na posição vertical, com o lado maior apoiado no plano horizontal e o lado menor no plano vertical. Em seguida, aperta-se com o dedo no canto superior da folha, como mostrado com a seta na figura 4.17. Pergunta-se: todo o comprimento horizontal de 297 mm da folha se curva? A resposta é não.

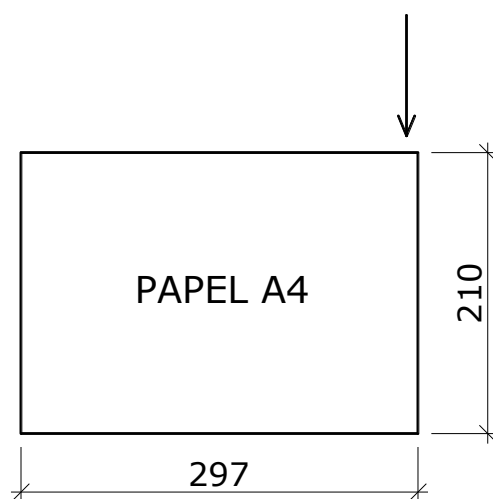


Figura 4.17. Papel A4 (dimensões em mm)

Portanto, com este exemplo, pode-se verificar que a consideração da flexibilização das ligações viga-pilar torna bem mais realista a análise do modelo de pórtico tridimensional.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1988). **Forças devidas ao vento em edificações**, NBR 6123, Rio de Janeiro, RJ.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1980). **Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**, NBR 6120, Rio de Janeiro, RJ.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2003). **Ações e segurança nas estruturas – Procedimento**, NBR 8681, Rio de Janeiro, RJ.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2003). **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**, NBR 6118, Rio de Janeiro, RJ.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2014). **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**, NBR 6118, Rio de Janeiro, RJ.
- BUENO, M. M. E. (2009). **Avaliação dos parâmetros de instabilidade global em estruturas de concreto armado**. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E. DM-002A/09, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 88p.
- CAMPOÓ, L. B., CORRÊA, M. R. S.; RAMALHO, M. A. (2005). Efeitos de segunda ordem em edifícios de alvenaria estrutural. In: **Revista Minerva: Pesquisa e Tecnologia**, v.2, n.2.
- CARMO, R. M. S. (1995). **Efeitos de segunda ordem em edifícios usuais de concreto armado**. 112p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995.
- CARVALHO, R. C. (1994). **Análise não-linear de pavimentos de edifícios de concreto através da analogia de grelha**. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1994.
- CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. (2009). **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. Editora Pini, v.2, São Paulo, SP, 2009.

- CICOLIN, L. A. B. (2007). **Estabilidade em edifícios de concreto armado com pavimentos em lajes planas**. Dissertação (Mestrado) – Centro de ciências exatas e de tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2007.
- CORRÊA, M. R. S. (1991). **Aperfeiçoamento de modelos usualmente empregados no projeto de sistemas estruturais de edifícios**. 331p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1991.
- COVAS, N. (2009). **Esclarecimentos sobre o parâmetro FAVt**. [mensagem pessoal]. Mensagem recebida de <Nelson@tqs.com.br> em 20 de outubro de 2009.
- DELALIBERA, R. G. et al. (2005). Estabilidade global de edifícios de concreto armado: análise dos métodos P- Δ e γ_z considerando a deformabilidade da fundação. In: Congresso Brasileiro do Concreto, 47., Recife. **Anais...** Instituto Brasileiro do Concreto, São Paulo, 2005.
- FONTANA, L. A. (2006). **Avaliação da não-linearidade física na estabilidade global de edifícios de concreto armado**. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006.
- FONTES, F. F. (2005). **Análise estrutural de elementos lineares segundo a NBR 6118:2003**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.
- FRANÇA, R. L. S. (1991). **Contribuição ao estudo dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado**. Tese (doutorado) – Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, EPUSP, São Paulo, SP, 1991.
- FRANCO, M. (1985). Problemas de estabilidade nos edifícios de concreto armado. In: Reunião Anual do Ibracon: Colóquio sobre Estabilidade Global das Estruturas de Concreto Armado, São Paulo, 1985. **Anais...**
- FRANCO, M.; VASCONCELOS, A. C. (1991). **Practical assessment of second order effects in tall buildings**. Colloquium on the CEB-FIP MC 90, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.

- FUSCO, P. B. (1976). **Estruturas de concreto: fundamentos do projeto estrutural**. Editora McGraw Hill, São Paulo, SP, 1976.
- GAIOTTI, R.; SMITH, B. S. (1989). **P-Delta analysis of building structures**. Journal of Structural Engineering. p.755-770. New York, 1989.
- GONÇALVES, R. M. et al. (2007). **Ação do vento nas edificações: teoria e exemplos**. EESC-USP, São Carlos, SP, 2007.
- IBRACON (2007). **Comentários técnicos e exemplos de aplicação da NB-1**. IBRACON, São Paulo, 2007.
- KIMURA, A. E. (2007). **Informática aplicada em estruturas de concreto armado: cálculos de edifícios com o uso de sistemas computacionais**. Editora Pini, São Paulo, 2007.
- KIMURA, A. E. (2010). **Pilares**. Notas de aula. Pós-graduação em Projeto de Estruturas de Concreto para Edifícios. Faculdade de Engenharia São Paulo, São Paulo, 2010.
- LIMA, J. S. (2001). **Verificações da punção e da estabilidade global de edifícios de concreto: desenvolvimento e aplicação de recomendações normativas**. 225p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.
- LIMA, J. S.; GUARDA, M. C. C. (1999). Utilização do coeficiente γ_z como majorador de efeitos de primeira ordem em edifícios altos. In: Congresso Brasileiro do Concreto, 41., Salvador. **Anais...** Instituto Brasileiro do Concreto, São Paulo, 1999.
- LOPES, A. P., SANTOS; G. O.; SOUZA, A. L. A. C. (2005). Estudo sobre diferentes métodos de análise p-delta. In: Congresso Brasileiro do Concreto, 47., Olinda. **Anais...** Instituto Brasileiro do Concreto, São Paulo.
- MARIN, M. C. (2009). **Contribuição à análise da estabilidade global de estruturas em concreto pré-moldado de múltiplos pavimentos**. 213p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

- MEDEIROS, S. R. P. (1999). Módulo TQS para análise não-linear geométrica de pórticos espaciais. **Jornal TQS News**, n.11, São Paulo, SP.
- MEDEIROS, S. R. P.; FRANÇA, R. L. S. (1989). Um programa para análise não-linear em microcomputadores. In: Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, 1989., São Paulo. **Adendo aos Anais...** Escola Politécnica da USP, São Paulo.
- OLIVEIRA, P. H. A. S. (2004). **Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado**. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.
- OLIVEIRA, R. S. (1997). **Análise de pavimentos de edifícios de concreto armado com a consideração da não-linearidade física**. 123p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.
- OLIVEIRA, R. S. (2001). **Análise de pavimentos de edifícios de concreto armado com a consideração da não-linearidade física - modelagem e metodologia de aplicação a projetos**. 197p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.
- PINTO, R. S. (1997). **Não-linearidade física e geométrica no projeto de edifícios usuais de concreto armado**. 108p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.
- PINTO, R. S. (2002). **Análise não-linear das estruturas de contraventamento de edifícios em concreto armado**. 189p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.
- PINTO, R. S., CORRÊA, M. R. S.; RAMALHO, M. A. (2005). Utilização do parâmetro γ_z para estimar esforços de segunda ordem em edifícios de concreto armado. In: **Revista IBRACON de Estruturas**, v.1, n.2.
- PROENÇA, S. P. B. (2010). **Análise não-linear de estruturas**. Notas de aula. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

- SILVA, R. M. (1996). **Análise não-linear de pórticos planos de concreto armado: modelagem numérica e avaliação dos métodos aproximados.** Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1996.
- TQS INFORMÁTICA (2002). Desenvolvimento. **Jornal TQS News**, n.16, São Paulo, 2002.
- TQS INFORMÁTICA (2009-a). **Manual do usuário: dominando os sistemas CAD/TQS – visão geral e exemplo completo.** TQS Informática, v.2, São Paulo, 2009.
- TQS INFORMÁTICA (2009-b). **Manual do usuário: dominando os sistemas CAD/TQS – análise estrutural.** TQS Informática, v.3, São Paulo, 2009.
- TQS INFORMÁTICA (2010-a). Desenvolvimento. **Jornal TQS News**, n.30, São Paulo, 2010.
- TQS INFORMÁTICA (2010-b). Desenvolvimento. **Jornal TQS News**, n.31, São Paulo, 2010.
- VASCONCELOS, A. C. (2000). **Em que casos não se deve aplicar o processo simplificado do γ_z para determinação dos efeitos de 2ª Ordem?** Artigo Biblioteca Digital TQS, São Paulo, 2000.
- VASCONCELOS, A. C. (2003). O engenheiro de estruturas se beneficia com o computador? In: **Jornal TQS News**, n.18, São Paulo, 2003.
- ZUMAETA MONCAYO, W. J. (2009). **Estabilidade global de pórticos tridimensionais com variação da ligação viga-pilar em estruturas pré-moldadas.** Seminário da Disciplina SET-5861 (Estruturas de Concreto Pré-Moldado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.